

РАСЧЕТ ОСЕВОЙ АБЕРРАЦИИ ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ И МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

Ю.Ц. Батомункуев, А.А. Дианова

Представлены результаты вычислений осевой поперечной aberrации объемного голограммного оптического элемента (ГОЭ) по интерференционному методу и методу характеристической функции. Оба метода позволяют численно исследовать зависимость радиуса поперечной aberrации от расстояния между ГОЭ и плоскостью изображения. Выполнено сравнение полученных результатов расчетов по интерференционному методу и методу характеристической функции. Показано, что существует интервал значений расстояния между ГОЭ и плоскостью изображения, в котором применим как интерференционный метод, так и метод характеристической функции.

Ключевые слова: голограммный оптический элемент, интерференционный метод, метод характеристической функции.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что основным аналитическим методом расчета голограммных оптических элементов (ГОЭ) является метод характеристической функции [1–3]. Этот метод также широко применяется при расчете и анализе оптических систем, содержащих голограммные элементы [4, 5]. По сути, характеристическая функция позволяет определить локальную волновую aberrацию ГОЭ – отклонение волнового фронта в произвольной точке ГОЭ от фронта сферической (цилиндрической) волны, сходящейся в точку (линию) изображения. Однако, метод характеристической функции, правильно описывая изображающие и aberrационные свойства ГОЭ, не дает некоторых количественных соотношений, например, соотношений для расчета значений предельно достижимого исправления осевой aberrации ГОЭ. Это связано с тем, что закономерности изображающих и aberrационных свойств ГОЭ определяются из условий равенства нулю членов разложения характеристической функции. Также в методе характеристической функции рассматривается лишь дифрагировавшая волна и не учитывается недифрагировавшая волна (нулевой порядок дифракции). Тогда как для ГОЭ с дифракционной эффективностью меньше ста процентов, согласно теории связанных волн и модовой теории голограмм [6, 7], наряду с дифрагировавшими волнами присутствует обязательно недифрагировавшая волна. В связи с этим актуальной является задача сравнения результатов расчета aberrационных характеристик ГОЭ двумя разными методами: методом

характеристической функции и интерференционным методом, базирующимся на интерференции дифрагировавшей и недифрагировавшей волн. Целью данной работы является сравнение результатов расчета осевой aberrации объемного ГОЭ по этим двум методам.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕВОЙ АБЕРРАЦИИ ОБЪЕМНОГО ГОЭ

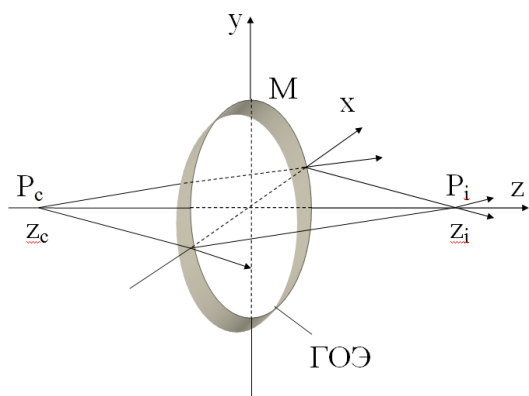
Рассмотрим пропускающий объемный ГОЭ, записанный расходящейся (опорной) и сходящейся (объектной) сферическими волнами. Предполагаем, что точечный источник расходящейся волны и точка сходящейся волны расположены на оптической оси ГОЭ. Дифракционную структуру такого ГОЭ можно представить в виде объемной зонной пластины Френеля, состоящей из трехмерных зон Френеля, имеющих форму усеченных полых конусов. Ширина оснований конусов совпадает с шириной соответствующих зон Френеля. Внешний и внутренний радиусы полого конуса равны соответствующим радиусам зон Френеля. Высота конусов совпадает с толщиной объемного ГОЭ. В частном случае, когда источник расходящейся волны и точка сходящейся волны (записывающих ГОЭ волн) расположены на одинаковом расстоянии от ГОЭ, объемные зоны Френеля представляют собой полые цилиндры. Высота цилиндров совпадает с толщиной ГОЭ. Внутренние и внешние радиусы цилиндров равны соответствующим радиусам зон Френеля.

На рисунке 1 представлена схема использования такого объемного ГОЭ. Ось Oz декартовой системы координат является опти-

РАСЧЕТ ОСЕВОЙ АБЕРРАЦИИ ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ И МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

ческой осью объемного ГОЭ и направлена перпендикулярно его поверхностям. Недифрагировавшая на объемном ГОЭ волна (нулевой порядок дифракции) является расходящейся, а дифрагировавшая – сходящейся волной. Эти волны на рисунке 1 показаны в сагиттальной плоскости объемного ГОЭ. Именно дифрагировавшая волна формирует изображение. В отличие от тонкого ГОЭ у объемного ГОЭ существует одна дифрагировавшая волна.

Прошедшая объемный ГОЭ волна представляет собой результат интерференции дифрагировавшей и недифрагировавшей волн.



P_c – точка предмета (источник предметной волны) и сопряженная с ней P_i – точка изображения, M – произвольная точка объема ГОЭ с координатами (x, y, z) ; z_c и z_i – расстояния от ГОЭ до плоскости предмета и изображения соответственно

Рисунок 1 – Схема использования объемного ГОЭ

В прошедшей волне возникают чередующиеся пространственные эллипсоидные поверхности максимумов и минимумов интенсивности, переходящие в пространственные гиперболические поверхности за гауссовой плоскостью изображения [8].

На рисунке 2 представлено в сагиттальной плоскости объемного ГОЭ пространственное распределение максимумов и минимумов интенсивности в прошедшей волне (эллиптических и гиперболических кривых). Эллиптические кривые описывают интерференционную картину до гауссовой плоскости изображения, а гиперболические – после этой плоскости. На рисунке 2 по горизонтальной оси отложена величина Δz смещения плоскости наблюдения от гауссовой плоскости изображения. В сагиттальной плоскости объемного ГОЭ расчет выполнялся по формуле (1), в которой верхний знак плюс соответствует эллиптическим кривым, а нижний

знак минус гиперболическим кривым [8].

$$\frac{z^2}{\left(z_i \pm \kappa \frac{\lambda_c}{2}\right)^2} \pm \frac{x^2}{\kappa \lambda_c z_i + \frac{\kappa^2 \lambda_c^2}{4}} = 1 \quad (1)$$

где z_i – расстояние от источника излучения до гауссовой плоскости изображения, мм; $\kappa = 1$ – порядок дифракции; λ_c – рабочая длина волны, мм.

Представленные на рисунке 2 расчетные графики выполнены для зоны объемного ГОЭ радиусом 50,7 мм. Рабочая длина волны и длина волны записи равны $\lambda_c = \lambda_o = 8,5$ мм. Расстояния от ГОЭ до плоскости предмета и плоскости изображения приняты одинаковыми и равными $z_i = 300$ мм. Сплошными линиями обозначены расположения кривых с максимумами интенсивности, штриховыми – с минимумами интенсивности.

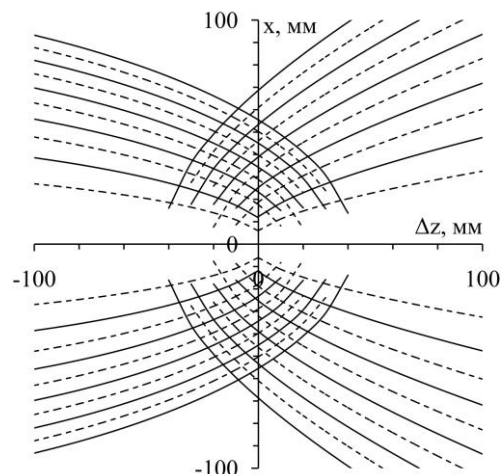


Рисунок 2 – Пространственное распределение максимумов и минимумов интенсивности в прошедшей волне

Из рисунка 2 следует, что прошедшая волна в гауссовой плоскости изображения фокусируется в круг с минимальным радиусом $r = 6$ мм. При удалении от этой плоскости на $\Delta z = 100$ мм прошедшая волна сфокусируется уже в круг с радиусом 32 мм. При приближении к ГОЭ размер абберационного пятна увеличивается. Таким образом, интерференционный метод позволяет определить величину осевой поперечной аберрации объемного ГОЭ во всей прошедшей волне. Причем радиус осевой поперечной аберрации может быть меньше минимального размера (размера пятна Эйри $R = 15,3$ мм). Особенностью интерференционного метода является определение интегрального значения осевой поперечной аберрации.

В работе также выполнен расчет радиуса поперечной осевой aberrации прошедшей (дифрагировавшей) волны этого же объемного ГОЭ методом характеристической функции. Аналитические выражения, позволяющие рассчитать радиусы поперечных осевых aberrаций 1-го, 3-го, 5-го порядков задаются формулами (2–4) соответственно [9]

$$r_1 = z_i x \left(\left(\frac{1}{z_c} + \frac{1}{z_i} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^2} \right) \left(\frac{1}{z_r} + \frac{1}{z_o} \right) + z \left(\left(\frac{1}{z_c^2} - \frac{1}{z_i^2} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^2 m_z} \right) \left(\frac{1}{z_r^2} - \frac{1}{z_o^2} \right) + z^2 \left(\left(\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^2 m_z^2} \right) \left(\frac{1}{z_r^3} + \frac{1}{z_o^3} \right) \quad (2)$$

$$r_3 = \frac{1}{2} z_i x^3 \left(\left(\frac{1}{z_c^3} + \frac{1}{z_i^3} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^4} \right) \left(\frac{1}{z_r^3} + \frac{1}{z_o^3} \right) + 3z \left(\left(\frac{1}{z_c^4} - \frac{1}{z_i^4} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^4 m_z} \right) \left(\frac{1}{z_r^4} - \frac{1}{z_o^4} \right) + 6z^2 \left(\left(\frac{1}{z_c^5} + \frac{1}{z_i^5} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^4 m_z^2} \right) \left(\frac{1}{z_r^5} + \frac{1}{z_o^5} \right) \quad (3)$$

$$r_5 = \frac{3}{8} z_i x^5 \left(\left(\frac{1}{z_c^5} + \frac{1}{z_i^5} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^6} \right) \left(\frac{1}{z_r^5} + \frac{1}{z_o^5} \right) + 5z \left(\left(\frac{1}{z_c^6} - \frac{1}{z_i^6} \right) - \frac{kn_o \lambda_c}{n_c \lambda_o m_x^6 m_z} \right) \left(\frac{1}{z_r^6} - \frac{1}{z_o^6} \right) \quad (4)$$

где r – радиус поперечной осевой aberrации; x, z – координаты точки объема ГОЭ; z_r, z_o, z_c – расстояния от ГОЭ до источников опорной, объектной и предметной волн; z_i – расстояние от ГОЭ до точки изображения; k – порядок дифракции; λ_c – рабочая длина волн; λ_o – длина волны записи, n_o, n_c – значения показателя преломления ГОЭ при его записи и использовании; m_x, m_z – коэффициенты масштабирования по радиусу и толщине объема ГОЭ.

На рисунке 3 представлены расчетные графики зависимости радиуса поперечной осевой aberrации r от расстояния z_i между ГОЭ и плоскостью изображения при его изменении на 100 мм. По вертикальной оси отложен радиус r поперечной осевой aberrации в миллиметрах, по горизонтальной оси расстояние z_i между ГОЭ и плоскостью изображения в миллиметрах.

При выполнении расчетов методом характеристической функции численные параметры объемного ГОЭ приняты такими же, как и при расчете интерференционным методом. Сплошной линией с треугольными маркерами на рисунке 3 показана зависимость

радиуса осевой aberrации 1-го порядка, штриховой линией с круглыми маркерами – aberrации 3-го порядка, штрихпунктирной линией с квадратными маркерами – aberrации 5-го порядка. На графиках маркерами отмечены значения aberrаций, соответствующие расстоянию от ГОЭ до плоскости изображения при $z_i = 300$ мм (схема использования объемного ГОЭ совпадает со схемой его записи), aberrации всех порядков равны нулю ($r_1 = r_3 = r_5 = 0$ мм). При удалении от плоскости изображения на 100 мм радиус поперечной осевой aberrации линейно возрастает. Во всем рассматриваемом диапазоне радиус осевой поперечной aberrации 1-го порядка не превышает значения $r_1 = 16,6$ мм. При этом радиус aberrации 1-го порядка незначительно превышает дифракционный предел разрешения ГОЭ, задаваемый размерами радиуса пятна Эйри ($R = 15,3$ мм). Aberrация 1-го порядка в 30 раз превышает aberrацию 3-го порядка ($r_3 = 0,5$ мм), которая в свою очередь, в 30 раз меньше дифракционного предела разрешения. Aberrация 5-го порядка во всем рассматриваемом диапазоне не превышает значения $r_5 = 0,02$ мм, что намного меньше дифракционного предела разрешения. В связи с этим aberrациями 3-го, 5-го порядка можно пренебречь.

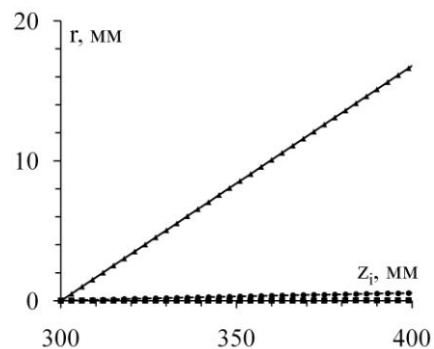


Рисунок 3 – График зависимости радиуса r поперечной осевой aberrации от расстояния z_i между ГОЭ и плоскостью изображения

На рисунке 4 представлено сравнение радиусов осевых поперечных aberrаций, вычисленных интерференционным методом и по методу характеристической функции. Сплошной линией с круглыми маркерами отмечен график, рассчитанный по интерференционному методу, сплошной линией с квадратными маркерами – по методу характеристической функции.

Из рисунка 4 видно, что оба метода дают совпадающие значения при расстоянии от ГОЭ до плоскости изображения равном $z_i = 900$ мм. Если же расстояние z_i до плоско-

РАСЧЕТ ОСЕВОЙ АБЕРРАЦИИ ОБЪЕМНОГО ГОЛОГРАММНОГО ОПТИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ МЕТОДОМ И МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

сти изображения принимает значения в диапазоне от 300 мм до 900 мм, то разница между радиусами осевых aberrаций, рассчитанными по двум методам, составляет порядка 39 %. Это существенное различие связано с тем, что в этом диапазоне метод характеристической функции не применим, и более корректно вычислять радиус осевой поперечной aberrации по интерференционному методу.

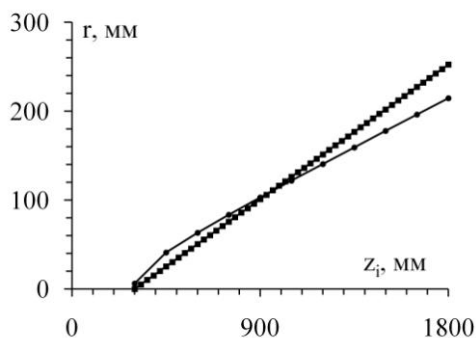


Рисунок 4 – График сравнения результатов расчета радиуса осевой aberrации по интерференционному методу и методу характеристической функции

Метод характеристической функции дает минимальное значение aberrационного пятна $r = 0$, в то время как интерференционный метод указывает на существование минимального размера aberrационного пятна $r = 6$ мм, не равного нулю и связанного с дифракционным пределом разрешения. Следует отметить ещё одно различие этих методов, а именно, что в этом диапазоне зависимость радиуса aberrационного пятна от расстояния до плоскости изображения носит нелинейный характер для интерференционного метода. При расстояниях в плоскости изображения, превышающих значение 900 мм, относительная разница в численных результатах значительно меньше и составляет около 15 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе выполнен расчет радиусов осевой aberrации по интерференционному методу и методу характеристической функции на примере объемного ГОЭ. А так же исследована зависимость радиуса поперечной осевой aberrации от расстояния между ГОЭ и плоскостью изображения. Выявлено, что при изменении расстояния между ГОЭ и плоскостью изображения в интервале:

– от 300 мм до 750 мм имеет место существенное различие в результатах расчетов (до 39 %). В этом интервале корректно вычислять значение радиуса осевой aberrации по интерференционному методу;

– от 750 мм до 1200 мм разница между результатами составляет менее 10 %. При допустимой такой разнице вычисление радиуса осевой aberrации можно проводить как по интерференционному методу, так и по методу характеристической функции;

– от 1200 мм до 1800 мм разница в результатах достигает порядка 15 % и в этом случае для расчета радиуса осевой aberrации применим уже метод характеристической функции.

Таким образом, показано, что, несмотря на преобладающую разницу в результатах расчетов радиусов по двум методам, существует интервал значений расстояния z_i между ГОЭ и плоскостью изображения, в котором применим как интерференционный метод, так и метод характеристической функции.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант 14-08-00691 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meier, R. W. Magnification and third-order aberration in holography / R. W. Meier // JOSA. – 1965. – Vol. 55, № 8. – P. 987–992.
2. Champagne, E. B. Nonparaxial imaging, magnification and aberration properties in holography / E. B. Champagne // JOSA. – 1967. – Vol. 57, № 1. – P. 51–55.
3. Мустафин, К. С. Aberrации тонких голограмм, изготовленных на сферической подложке / К. С. Мустафин // Опт. и спектр. – 1974. – Т. 37. – С. 1158–1162.
4. Ган, М. А. Теория и методы расчета голограммных и киноформных оптических элементов / М. А. Ган. – Л.: ГОИ, 1984. – 140 с.
5. Бобров, С. Т. Оптика дифракционных элементов и систем / С. Т. Бобров, Г. И. Грейсх, Ю. Г. Туркевич. – Л.: Машиностроение, 1986. – 223 с.
6. Kogelnik, H. Coupled wave theory of thick hologram gratings / H. Kogelnik // Bell. syst. techn. J. – 1969. – Vol. 48, № 9. – P. 2909.
7. Зельдович, Б. Я. Расчет шумов и количественное обоснование модовой теории объемных голограмм / Б. Я. Зельдович, В. В. Шкунов, Т. В. Яковлева // Препринт ФИАН. – 1979. – № 26.
8. Милер, М. Голография (теория, эксперимент, применение) / М. Милер. – Л., 1979. – 207 с.
9. Батомункуев, Ю. Ц. Aberrации девятого порядка объемного голограммного оптического элемента / Ю. Ц. Батомункуев // Ползуновский вестник. – 2012. – № 3/2. – С. 136–139.

Батомункуев Юрий Цыдыпович, к.т.н., доцент, Сибирский государственный университет геосистем и технологий, Россия, 630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова 10, e-mail: opttechnic@mail.ru.

Дианова Александра Алексеевна, аспирант, Сибирский государственный университет геосистем и технологий, Россия, 630108, г. Новосибирск, ул. Плеханова 10, e-mail: dianova.alexandra@mail.ru, тел.: +79231077946.