

ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ НЕАВТОНОМНОГО ГЕНЕРАТОРА ХАОСА

Т. В. Патрушева, Е. М. Патрушев

Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова
г. Барнаул

Измерительный преобразователь в основе которого лежит генератор хаоса является колебательной системой со сложной динамикой. Разнообразные колебательные режимы, которые демонстрирует такая система требуют тщательного рассмотрения при выборе оптимальных режимов работы измерительного преобразователя.

В данной работе исследуется неавтономный генератор хаоса – MLC-цепь, предложенный в 1994 году [1].

Цепь Murali-Lakshmanan-Chua (MLC) включает в себя всего 3 линейных элемента (сопротивление R, индуктивность L и ёмкость C) и один нелинейный элемент g, называемый диодом Чуа [2,3,4]. Поскольку генератор неавтономный – для его работы также необходим источник синусоидальной э.д.с. Запишем систему уравнений, описывающих динамику MLC-цепи:

$$\begin{cases} C \frac{dv_C}{dt} = i_L - g(v_C) \\ L \frac{di_L}{dt} = -R \cdot i_L - v_C + F \cdot \sin(\Omega t) \end{cases} \quad (1)$$

$$g(v_C) = G_b \cdot v_C + \frac{1}{2} (G_a - G_b) \cdot (|v_C + B_p| - |v_C - B_p|)$$

Данная электрическая цепь демонстрирует большое разнообразие колебательных режимов: периодические колебания разных периодов, квазипериодические колебания, динамический хаос, перемежаемость [5, 6, 7]. Выбор величин элементов схемы измерительного преобразователя на основе MLC-цепи должен учитывать не только возможность попадания в зону хаоса, но также и соседство с другими колебательными режимами. Одним из известных способов исследования динамики нелинейных систем является построение двухпараметрических бифуркационных диаграмм.

Построение двухпараметрической бифуркационной диаграммы предполагает использование численных методов решение системы дифференциальных уравнений. Система (1) имеет 6 параметров, качественно определяющих её динамику: C, L, R, F, B_p, Ω.

Предполагается, что нужно выбрать два из них, а остальные зафиксировать. При этом выбор остальных четырёх может быть произвольным и сильно усложнит процесс поиска оптимальных параметров. Здесь мы не упомянули величины крутизны вольт-амперной характеристики G_a, G_b для которых рекомендованы значения -0,76мСм и -0,41мСм соответственно. Это обусловлено особенностями схемной реализации диода Чуа [8].

Выполним преобразование системы (1) к виду с безразмерными величинами:

$$\begin{aligned} v_C &= x \cdot B_p; \quad t = \tau \cdot \frac{C}{G}; \quad i_L = G \cdot y \cdot B_p; \\ G &= \frac{1}{R}; \quad \beta = \frac{C}{L \cdot G^2}; \quad a = \frac{G_a}{G}; \\ b &= \frac{G_b}{G}; \quad \omega = \frac{\Omega C}{G}; \quad f = \frac{F \cdot \beta}{B_p}; \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = y - h(x) \\ \frac{dy}{d\tau} = -\beta \cdot y - \beta \cdot x + f \cdot \sin \omega t \end{cases} \quad (2)$$

$$h(x) = b \cdot x + \frac{1}{2} (a - b) \cdot (|x + 1| - |x - 1|)$$

Таким образом, получаем следующие изменяемые параметры системы : β, f, ω. Один из этих трёх параметров можно зафиксировать, а по двум другим построить бифуркационную диаграмму. В работе [5] уже были получены диаграммы в пространстве f - ω, расширим это исследование, получив бифуркационные диаграммы в пространстве параметров β - ω, при зафиксированном f. Такой выбор будет актуален при разработке измерительного преобразователя, работающего при постоянной амплитуде сигнала опорного генератора, в котором объект измерения действует на один из параметров цепи.

Построение диаграммы осуществляется следующим образом: организуется цикл в цикле для β и ω, задаются начальные значения переменных x и y, выполняется численное решение системы (2) методом Рунге-Кутты 4-го порядка для получения достаточно длинной временной реализации переменных

х и у, отбрасывается значительная часть начальных переходных процессов, затем осуществляется сечение Пуанкаре [9], привязанное к сигналу внешнего гармонического воздействия. Далее полученный массив обрабатывается для распознавание на периодичность/хаос. Расчётный алгоритм был реализован в MathCAD, диаграммы строились с разрешением 100x100 точек.

```

β0 = 0.5 Δβ = 0.01 β1 = 1.7
ω0 = 0.1 ω1 = 1.3 Δω = 0.01

f = 0.1 T = 1000 Δτ = 0.05 N =  $\frac{T}{\Delta\tau}$ 
h(x) = b·x +  $\frac{1}{2}$ ·(a - b)·(|x + 1| - |x - 1|)
ORIGIN = 1 a = -1.02 b = -0.55
A =  $\begin{cases} k \leftarrow 1 \\ m \leftarrow 0 \\ \text{for } \beta \in \beta_0, \beta_0 + \Delta\beta .. \beta_1 \\ \quad m \leftarrow m + 1 \\ \quad n \leftarrow 1 \\ \quad \text{for } \omega \in \omega_0, \omega_0 + \Delta\omega .. \omega_1 \\ \quad \quad y \leftarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \quad \quad F(t, y) \leftarrow \begin{pmatrix} y_2 - h(y_1) \\ -\beta \cdot y_2 - \beta \cdot y_1 + f \cdot \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} \\ \quad \quad Z \leftarrow \text{rkfixed}(y, 0, T, N, F) \\ \quad \quad \text{for } i \in 1 .. \text{rows}(Z) \\ \quad \quad \quad Z_{i, 4} \leftarrow f \cdot \sin(\omega \cdot Z_{i, 1}) \\ \quad \quad j \leftarrow 1 \\ \quad \quad V \leftarrow 0 \\ \quad \quad \text{for } i \in \text{round}\left(\frac{\text{rows}(Z)}{2}\right) .. \text{rows}(Z) - 5 \\ \quad \quad \quad \text{if } (Z_{i, 4} < 0) \wedge (Z_{i+1, 4} > 0) \\ \quad \quad \quad \quad V_{j, 1} \leftarrow f \\ \quad \quad \quad \quad y_{j, 1} \leftarrow Z_{i, 4} \\ \quad \quad \quad \quad y_{j, 2} \leftarrow Z_{i+1, 4} \\ \quad \quad \quad \quad y_{j, 1} \leftarrow Z_{i, 2} \\ \quad \quad \quad \quad y_{j, 2} \leftarrow Z_{i+1, 2} \\ \quad \quad \quad \quad V_{j, 2} \leftarrow (y_{j, 2} - y_{j, 1}) \cdot \left(\frac{-y_{j, 1}}{y_{j, 2} - y_{j, 1}}\right) + y_{j, 1} \\ \quad \quad \quad \quad j \leftarrow j + 1 \\ \quad \quad \quad W \leftarrow \text{sort}(V^{(2)}) \\ \quad \quad \quad w \leftarrow 1 \\ \quad \quad \quad \text{for } i \in 2 .. \text{last}(W) \\ \quad \quad \quad \quad w \leftarrow w + 1 \text{ if } |W_i - W_{i-1}| > 0.05 \\ \quad \quad \quad U_{k, 1} \leftarrow f \\ \quad \quad \quad U_{k, 2} \leftarrow \omega \\ \quad \quad \quad U_{k, 3} \leftarrow w \\ \quad \quad \quad U_{k, 3} \leftarrow 10 \text{ if } w > 10 \\ \quad \quad \quad G_k \leftarrow W \\ \quad \quad \quad H_{n, m} \leftarrow U_{k, 3} \\ \quad \quad \quad \text{WRITEPRN}(\text{"mt02.dat"}, H) \\ \quad \quad \quad k \leftarrow k + 1 \\ \quad \quad \quad n \leftarrow n + 1 \\ \quad \quad \quad \text{end} \end{cases}$ 

```

Рисунок 1 – Расчётная программа для MathCAD, выполняющая построение бифуркационной диаграммы. В результате её выполнения получается файл mt02.dat, содержащий данные для создания рисунка

Диапазон значений величины β задавался с учетом рекомендаций работы [10]. Были заданы значения a=-1,05 и b=-0,55, которые определили пределы на осях диаграмм.

Бифуркационные диаграммы представлены на рисунке 2а-д при разных значениях амплитуды внешнего гармонического сигнала f. В связи с невозможностью представления диаграмм в цвете, рисунки были обработаны для монохромного представления. Наиболее важные зоны выделены следующим образом: белые области – колебания периода один; чёрным цветом – хаос; заливка мелкими точками – колебания периода три; заливка крупными точками – квазипериодические колебания.

Рассмотрение бифуркационных диаграмм позволяет сделать следующие выводы:

1) наибольшую площадь занимают области колебаний периода один, периода три, квазипериодические и хаос;

2) зона хаоса разделена на три лепестка, между двумя правыми из них всегда имеется обширная зона колебаний периода три;

3) квазипериодическая область занимает нижнюю часть диаграммы и имеет самую минимальную ширину при ω=0,5, что объясняется следующим образом: квазипериодические колебания по сути представляют собой биения колебаний внешнего генератора и самой MLC-цепи, при этом если ω<0,5 MLC – цепь работает на частоте выше ω, если ω>0,5 на частоте ниже ω;

4) если измерительный преобразователь на основе MLC-цепи предполагает модуляцию параметра β, то необходимо выбрать из всех диаграмм наиболее подходящие области, обладающие определёнными свойствами: хаотическая область должна быть обширной, с минимальным количеством вкраплений периодических окон; она должна соседствовать с областью периодических колебаний по четкой границе - это позволит реализовать измерительный преобразователь порогового типа.

После рассмотрения вышеперечисленного было отобрано две области, а именно (f=0,2; ω=0,48) – на границе хаос-период один и второй вариант - (f=0,2; ω=1) – на границе хаос-период три. Были выполнены дополнительные проверки и первый вариант был отклонён из-за того, что левый лепесток хаотической зоны представляет собой недостаточно развитой хаос, а именно весьма ограниченный аттрактор с узкой спектральной полосой.

ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ
НА ОСНОВЕ НЕАВТОНОМНОГО ГЕНЕРАТОРА ХАОСА

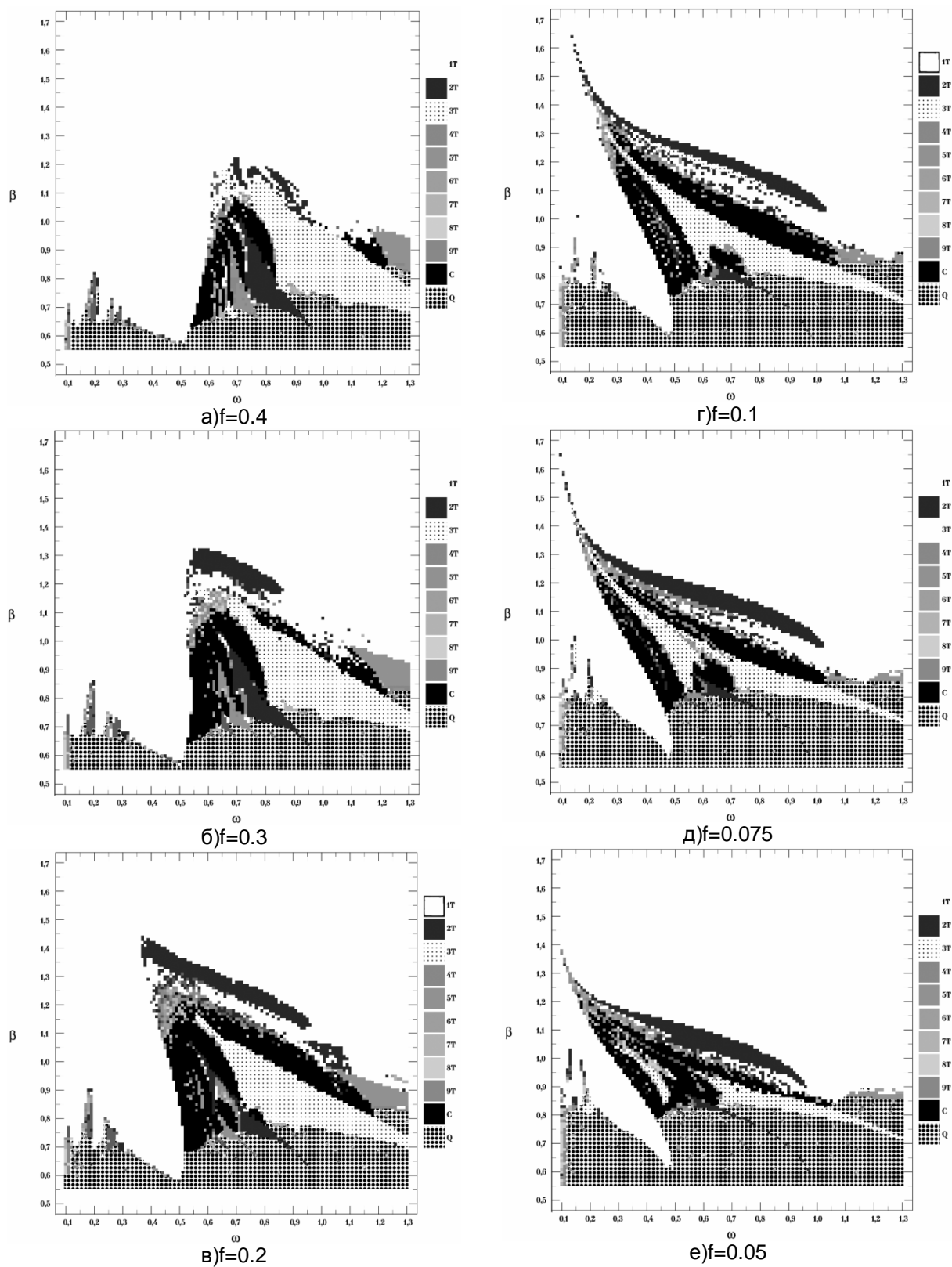


Рисунок 2 – Двухпараметрические бифуркационные диаграммы MLC-цепи для разных значений амплитуды внешнего гармонического воздействия f

Таким образом, двухпараметрический бифуркационный анализ позволил осуществить выбор параметров МЛС-цепи для измерительного преобразователя порогового типа. Выбранные значения следующие: для хаотической точки – ($f=0.2$; $\omega=1$; $\beta=0,95$); для периодической точки – ($f=0.2$; $\omega=1$; $\beta=0,85$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. Murali, M. Lakshmanan, L. O. Chua, The simplest dissipative nonautonomous chaotic circuit/ IEEE Trans. Circuits Syst, 1994. Vol.41, pp462-463.
2. K. Murali, M. Lakshmanan, L. O. Chua. Bifurcation and chaos in the simplest dissipative nonautonomous circuit/ Int. J. Bifurcation and Chaos 4.-1994, pp.1511-1524.
3. M. Lakshmanan, K. Murali. Experimental Chaos from Non-Autonomous Electronic Circuits/ Phil. Trans. R. Soc. London.- 1995, pp.33-46.
4. M. Lakshmanan, K. Murali. Chaos in Nonlinear Oscillators: Controlling and Synchronization: World Scientific Series on Nonlinear Science, Singapore. -1996, Series A, Vol.13. 340p.
5. K. Thamilmaran, M. Lakshmanan, K. Murali. Rich variety of bifurcations and chaos in a variant of Murali-Lakshmanan-Chua circuit/ International Journal of Bifurcation & Chaos in Applied Sciences & Engineering.- 2000, vol.10, no.7, pp.1781-1785.
6. K. Thamilmaran, M. Lakshmanan. Classification of bifurcations and routes to chaos in a variant of Murali-Lakshmanan-Chua circuit/ Int. J. Bifur. Chaos, Vol.12.- 2002, p783-813
7. K. Srinivasan, K. Thamilmaran, A. Venkatesan. Dynamics of modified Murali-Lakshmanan-Chua (MLC) chaotic circuit /NCNSD-2008, Ahmedabad.- 2008, pp.358-364
8. M. P. Kennedy, "Robust Op-Amp Realization of Chua's Circuit," Frequenz, Vol. 46, No. 3-4, March-April 1992. pp. 66-80
9. С.П.Кузнецов. Динамический хаос (курс лекций).-М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001.--296 с.
10. Т.В.Патрушева, Е.М.Патрушев. Качественный анализ динамики измерительного преобразователя на основе детерминированного хаоса / В этом сборнике.