

## РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА ВЕРХНИХ ЧАСТОТ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМИЗАЦИИ E-СЛОЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ВЕЛОЭРГОМЕТРИИ

А.А. Тушев

В данной работе рассматривается проблема подавления низкочастотных помех при велоэргометрических тестах. При выполнении велоэргометрии (ВЭМ) пациент подвергается динамической нагрузке в виде вращения педалей велотренажера, при этом мощность нагрузки регулируется и меняется по мере проведения исследования.

Указанная нагрузка приводит к значительному увеличению роли фильтрации верхних частот в ВЭМ по сравнению с обычными измерениями электрокардиограммы (ЭКГ). Если при спокойном мониторинге ЭКГ низкочастотный дрейф изолинии кардиосигнала невелик по амплитуде и сосредоточен на частотах 0.01-0.2 Гц, то в велоэргометрии ситуация меняется. Амплитуда низкочастотной помехи значительно возрастает и может превышать величину R-зубца, а ее интервал частот увеличивается до 10 Гц (рисунок 1).

Значительный дрейф изолинии приводит к усложнению анализа ЭКГ в медицинской диагностике. Особенно это проявляется при определении депрессии ST-сегмента (смещение относительно изолинии сигнала не менее чем на 0,2 мВ), которая является важнейшим признаком наличия ишемической болезни сердца. Визуально врачи часто ошибочно фиксируют такое смещение. Аналогично автоматические системы определения положения ST-сегмента, основанные на аппроксимации изолинии через точки PQ-интервалов дают ложный сигнал тревоги для многих здоровых пациентов.

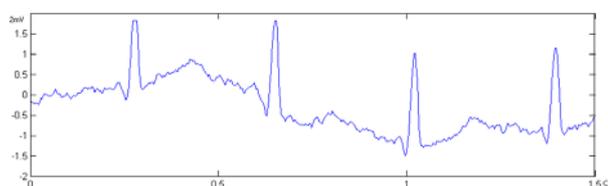


Рисунок 1 – Пример дрейфа изолинии при регистрации ЭКГ в велоэргометрии Кубический сплайн в области ST-сегментов существенно отклоняется от истинной изолинии сигнала.

Недостаточная надежность определения положения ST-сегмента объясняется малым числом точек PQ-интервалов, поэтому спектр интерполяционной функции не может быть качественно приближен к спектру низкочастотной помехи. В результате на практике признаки ИБС определяются статистически при систематической фиксации депрессии ST-сегмента. При ИБС продолжительность и интенсивность нагрузки на пациента являются негативными факторами, и поэтому необходимо повышение качества анализа ЭКГ для уменьшения действия указанных факторов.

В связи с этим, перед проведением аппроксимации необходима фильтрация верхних частот сигнала. Но в отличие от высокочастотной помехи, где полезный сигнал отсутствует, перекрытие частотных диапазонов кардиосигнала и помехи является серьезной проблемой при проектировании фильтров верхних частот (ВЧ фильтров). В частности, применение стандартных КИХ и БИХ цифровых фильтров приводит к существенному искажению сигнала. На рисунке 2 показан пример фильтрации сигнала на частоте среза 5 Гц.

а) исходный кардиосигнал



б) сигнал после применения ВЧ фильтра

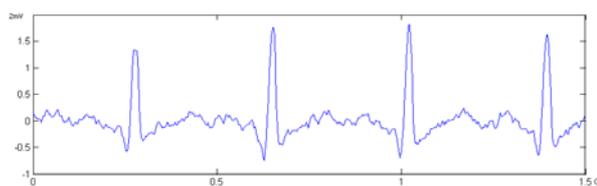


Рисунок 2 – Применение ВЧ фильтра

# РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА ВЕРХНИХ ЧАСТОТ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМИЗАЦИИ Е-СЛОЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ВЕЛОЭРГОМЕТРИИ

к кардиосигналу

В результате реальное смещение ST-сегмента может снизиться до нормы, а нормализация Т-зубца, свидетельствующее о миокардиодистрофии, может быть не обнаружено.

В качестве решения проблемы предлагается использование адаптивных фильтров верхних частот [1], причем в качестве минимизирующего функционала используется суммарный квадрат разности спектральных мощностей реального сигнала, получаемого дискретным преобразованием Фурье на различных интервалах и модели сигнала, умноженной на ограничивающий параметр  $\epsilon$ -слоя, наложенного на выходной сигнал.

Модель ЭКС для данной задачи является кусочно-полиномиальная функция, причем для Р и Т зубцов используются полиномы второй степени, а остальные составляющие аппроксимируются линейными отрезками (рисунком 3).

Пусть  $H(j\omega)$  – частотная характеристика ВЧ фильтра. Введем интегральную нормированную характеристику коэффициента передачи ВЧ фильтра в зоне пропускания:

$$A = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} |H(j\omega)|^2 d\omega, \quad (1)$$

где  $\omega_0$  – частота среза фильтра

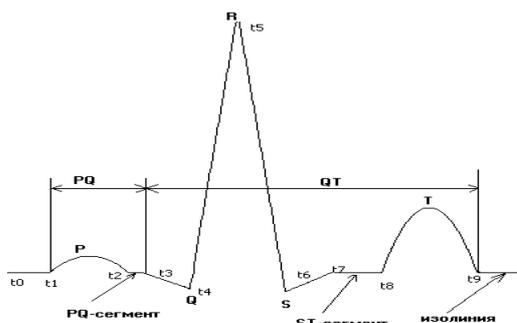


Рисунок 3 – Модель электрокардиосигнала для построения адаптивного ВЧ фильтра

Очевидно, что  $0 \leq A \leq 1$  и для идеального фильтра верхних частот  $A=0$ . Поставим задачу определить оптимальную форму кривой амплитудно-частотной характеристики фильтра при заданном значении  $A$ , при которой суммарное квадратичное отклонение сигнала после фильтрации от исходного модельного сигнала будет минимальным. При этом будет учитываться значимость каждого временного интервала ЭКС для медицинской диагностики.

Таким образом, задача сводится к минимизации функционала:

$$V = \int_0^{T_k} E(t) [f(t) - \tilde{f}(t)]^2 dt, \quad (2)$$

где  $f(t)$  – исходный сигнал,  $\tilde{f}(t)$  – сигнал после фильтрации,  $T_k$  – общая длительность сигнала,  $E(t)$  – функция, определяющая удельный вес каждого зубца или сегмента входного сигнала. Функция  $E(t)$  может быть различной в зависимости от характера исследования [2].

Фильтрованный сигнал представляет собой обратное преобразование Фурье от произведения  $H(j\omega) \hat{f}(\omega)$ , где  $\hat{f}(\omega)$  – преобразование Фурье от модели сигнала:

$$\begin{aligned} \hat{f}(\omega) = & \sum_{i=1}^9 \left\{ e^{-j\omega t_i} [\xi(i) j a_i t_i^2 + j b_i t_i + j c_i] \right. \\ & + \sum_{i=1}^9 \left\{ \frac{1}{\omega} (2\xi(i) a_i t_i + b_i) - \frac{2\xi(i) j a_i}{\omega^2} \right\} \\ & - \sum_{i=1}^9 \left\{ e^{-j\omega t_{i-1}} [\xi(i) j a_{i-1} t_{i-1}^2 + j b_{i-1} t_{i-1} + j c_{i-1}] \right. \\ & \left. - \sum_{i=1}^9 \left\{ \frac{1}{\omega} (2\xi(i) a_{i-1} t_{i-1} + b_{i-1}) - \frac{2\xi(i) j a_{i-1}}{\omega^2} \right\} \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

Задача минимизации функционала (2) с условием связи (1) сводится к поиску безусловного экстремума функционала:

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & \int_0^{T_k} E(t) [f(t) - \tilde{f}(t)]^2 dt \\ & + \lambda \left( \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} |H(j\omega)|^2 d\omega - A \right), \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\lambda$  – постоянный неопределенный множитель.

Варьируя  $\delta \tilde{V} = 0$ , получаем соотношение для определения оптимальной частотной характеристики фильтра:

$$\begin{aligned} \int_0^{T_k} E(t) \left\{ \left[ f(t) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} \hat{f}(\omega) d\omega \right] \right. \\ + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) e^{j\omega t} \left[ \hat{f}(\omega) - \left( \sum_{i=1}^9 e^{-j\omega t_i} \left( \frac{2}{\omega^2} (2\xi(i) a_i t_i + b_i) - \frac{6\xi(i) j a_i}{\omega^3} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{\omega^2} (2\xi(i) a_{i-1} t_{i-1} + b_{i-1}) + \frac{6\xi(i) j a_{i-1}}{\omega^3} + j\omega \hat{f}(\omega) \right) \right] \right\} dt. \quad (5) \end{aligned}$$

Приведенные уравнения позволяют исследовать свойства оптимального фильтра в

зависимости от значений  $E(t)$ . На практике используются дискретные соотношения, которые позволяют численно рассчитать характеристики фильтра, но затрудняют исследование общих зависимостей, в частности оценок чувствительности по параметрам.

Пусть имеются отсчеты сигнала:  $f_0, \dots, f_{N-1}$  и отсчеты дискретного преобразования Фурье этого сигнала:  $\hat{f}_0, \dots, \hat{f}_{N-1}$ . Обозначим через:

$H_k = H(e^{j\frac{2\pi jk}{N}}), k=0, K; H_k = 1, k = K+1, N-1$  (6) частотную характеристику цифрового КИХ – фильтра, где  $H(z)$  –  $Z$  – преобразование импульсной характеристики фильтра.

Задача минимизации функционала (2) сводится в дискретном случае к минимизации суммы:

$$S = \sum_{i=0}^{N-1} [f_i - \tilde{f}_i]^2 E_i, \quad (7)$$

где  $\tilde{f}_i$  – отсчеты фильтрованного сигнала,  $E_i$  – отсчеты функции удельных весов зубцов и сегментов ЭКГ. Ограничения (1) принимают вид:

$$\sum_{k=0}^K |H_k|^2 = A. \quad (8)$$

Для нахождения оптимальных значений  $H_k$  используем метод множителей Лагранжа, что приводит к системе уравнений:

$$\frac{\partial S}{\partial H_k} = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ [f_i - \tilde{f}_i] E_i \left( \sum_{l=0}^{N-1} f_l e^{-2\pi jkl} \right) e^{2\pi jik} \right\} - \lambda |H_k| = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda} = \sum_{k=0}^K |H_k|^2 - A = 0,$$

где

$$\tilde{f}_k = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_k \hat{f}_k e^{2\pi jki}. \quad (9)$$

Систему (9) можно решить итерационным методом, поскольку обеспечено достаточное условие сходимости этого метода. На рисунке 4 приведены два примера расчета оптимального КИХ-фильтра при различных значениях весовых отсчетов  $E_i$ . На рисунке 5 приведены спектральные мощности данных фильтров.

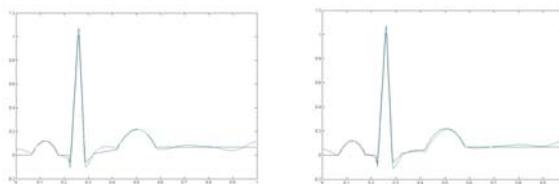


Рисунок 4 – Пример расчета КИХ – фильтра а)  $E(t)=5$  для Р и Т – зубцов и  $E(t)=1$  в остальных случаях б)  $E(t)=5$  для PQ-интервала и ST-сегмента и  $E(t)=1$  в остальных случаях

По заданной спектральной характеристике  $H_k$  далее можно построить  $N_b$  отсчетов импульсной характеристики  $h_k$  КИХ – фильтра, которые совпадают с коэффициентами фильтра  $b(k)$ :

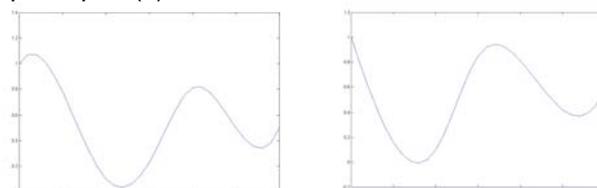


Рисунок 5 – Спектральные мощности КИХ-фильтров, обеспечивающих максимальное сохранение формы сигнала а) сохранение формы Р и Т – зубцов; б) сохранение PQ-интервала и ST-сегмента

$$y_n = \sum_{k=0}^{N_b} b(k)x_{n-k}, \quad (10)$$

$x_n, y_n$  – соответственно отсчеты входного и выходного сигналов.

Расчет коэффициентов  $b(k)$  выполняется методом частотной выборки с использованием окна Хэмминга для уменьшения эффекта Гиббса.

Построенные коэффициенты  $b(k)$  КИХ-фильтра являются начальными значениями адаптивного КИХ-фильтра:

$$y_n = \sum_{k=0}^{N_b} b^n(k)x_{n-k}. \quad (11)$$

В адаптивном КИХ – фильтре коэффициенты  $b(k)$  меняются во времени с целью минимизации некоторого функционала  $E$ . После выбора функционала, настройка коэффициентов выполняется по антиградиенту:

$$b^{n+1}(k) = b^n(k) - \Delta \frac{\partial E}{\partial b(k)} \Big|_{b(k)=b^n(k)}, \quad (12)$$

$\Delta$  – скорость обучения.

В работе предложен вариант ошибки  $E$  для дискретного сигнала:

## РАЗРАБОТКА АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА ВЕРХНИХ ЧАСТОТ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМИЗАЦИИ $\epsilon$ -СЛОЯ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ВЕЛОЭРГОМЕТРИИ

$$E = \sum_{k=1}^K \epsilon_g T^2(j\omega_0 k) H^2(j\omega_0 k), \quad (13)$$

где

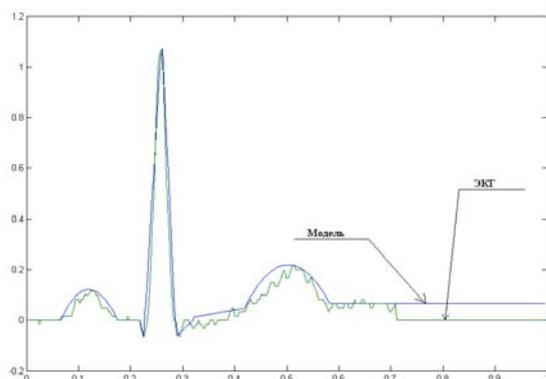
$H^2(j\omega_0 k)$  - отсчеты спектральной мощности адаптивного фильтра;

$T^2(j\omega_0 k)$  - отсчеты спектральной мощности разности реального сигнала и модели с оцененными параметрами;

$\epsilon$  - параметр  $\epsilon$ -слоя, наложенного на входной сигнал.

Если рассмотреть разность реального кардиографического сигнала и модели с оцененными параметрами (рисунок 6), то суммарная спектральная мощность такой разности будет составлять не более 5-10 % от мощности исходного сигнала. При динамической нагрузке в велоэргометрии к сигналу добавляется низкочастотный шум и суммарная мощность разности сигналов может возрастать до 30 % (рисунок 7). Эта мощность и является составляющей ошибки (13).

а)



б)

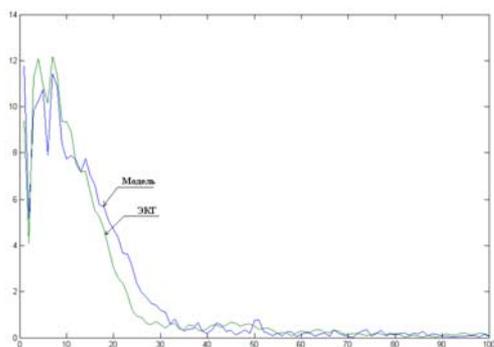


Рисунок 6 – а) кардиографический сигнал и его модель б) спектры мощности сигнала и модели

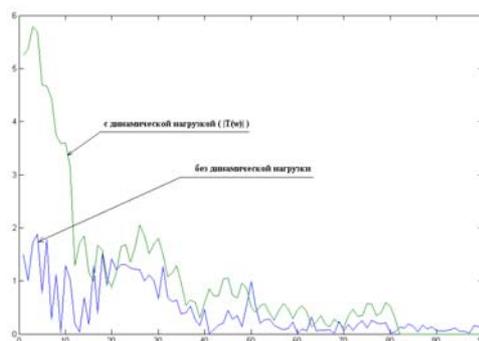


Рисунок 7 – Спектры разности сигнала и модели с оцененными параметрами

Вторая часть минимизируемой ошибки связана с понятием  $\epsilon$ -слоя. В соответствии с моделью  $\epsilon$ -слоя предполагается, что наблюдаемый сигнал имеет некоторый слой неопределенности, причем в общем случае толщина слоя неодинакова для положительных и отрицательных отклонений. Иначе говоря, на сигнал  $f(t)$  накладываются два однопараметрических ограничения  $f_1(t, \epsilon)$  и  $f_2(t, \epsilon)$ , причем обе функции совпадают с  $f(t)$  при  $\epsilon=0$ . Для каждой функции можно определить  $\epsilon_g$  - значение параметра, при котором для всех  $\epsilon > \epsilon_g$  сигнал не пересекает  $\epsilon$  - слой, а при значениях меньших  $\epsilon_g$  пересекает. Значение  $\epsilon_g$  определяет в данной задаче степень отклонения фильтрованного сигнала от исходного и является параметром в ошибке (13). Параметр  $\epsilon_g$  эффективно определяется методом дихотомии.

В качестве модели  $\epsilon$ -слоя для задачи велоэргометрии используются квадратичные функции для зубцов Т и Р:

$$f_1(t, \epsilon) = f_2(t, \epsilon) = a_i(\epsilon)t^2 + b_i(\epsilon)t + c_i(\epsilon),$$

где:  $a_i(\epsilon) = a_i + k_a \epsilon$ ,  $k_a$  - постоянная. (14)

Для остальных зубцов используются линейные функции, в которых  $a_i$  равны нулю.

Построенный адаптивный фильтр работает в двух режимах. В первом происходит аппроксимация сигнала, при этом работает адаптивный фильтр с оцененными параметрами. Далее выполняется дискретное преобразование Фурье сигнала и модели для получения оценки адаптивного фильтра.

Во втором режиме выполняется антиградиентная настройка параметров адаптивного фильтра. Такой метод позволил повысить точность распознавания положения ST-сегмента по крайней мере на 15 % и на 10 % улучшить определение параметров Т-зубца.

Данная оценка выполнена по 4000 записям ЭКГ комплекса ЭФКР-4.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. – М.: Мир, 1982.
2. Орлов В.Н. Руководство по электрокардиографии. – М.: Медицина, 1984.