

РАЗДЕЛ 4. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ

Ст. пр. **Е.С. Повернов** – evgeniy@bti.secna.ru;
аспирант **Д.А. Герасимов** – gda@bti.secna.ru;
к.т.н., проф. кафедры **Е.В. Сыпин** –
sev@bti.secna.ru; ст. пр. **Н.Ю. Тупикина** –
tnu@bti.secna.ru; к.т.н., доцент **А.Н. Павлов** –

pan@bti.secna.ru. - Бийский технологический институт АлтГТУ (БТИ АлтГТУ) кафедра методов средств измерений и автоматизации, (385-4)43-24-50.

УДК: 621.317

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ, ВЫЗВАННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЦП

А.Н. Серов, А.А. Шатохин

Выполнен сравнительный анализ методов оценки погрешности измерения действующего значения напряжения, вызванной нелинейностью функции преобразования АЦП. Рассмотрены методы аппроксимации интегральной нелинейности АЦП. Получены условия для нелинейности, при которых погрешность измерения действующего значения максимальна. Показано, что метод, основанный на аппроксимации нелинейности полиномиальной функцией третьего порядка, дает меньшее (по сравнению с другими методами) завышение оценки погрешности. Достоверность полученных аналитических выражений подтверждена результатами имитационного моделирования, выполненного в программном пакете Matlab.

Ключевые слова: действующее значение напряжения, интегральная нелинейность АЦП, погрешность измерения, динамические параметры АЦП, полиномиальная аппроксимация.

Введение

Погрешность измерения действующего значения (ДЗ) периодического сигнала зависит от выбранного алгоритма измерения (методическая погрешность) и неидеальности элементов, на основе которых реализована измерительная цепь (инструментальная погрешность). Одним из основных источников инструментальной погрешности при измерении ДЗ сигнала является интегральная нелинейность используемого АЦП. В отличие от других источников инструментальной погрешности, данная погрешность не может быть скорректирована установкой нуля или калибровкой измерительной цепи. В дальнейшем будем считать, что инструментальная погрешность вызвана исключительно нелинейностью функции преобразования АЦП.

Для удобства представления последующих выражений примем следующие обозначения: $x = u / U_{norm}$ – нормированное мгновенное напряжение; u – мгновенное значение напряжения; U_{norm} – нормирующее значение входного напряжения (обычно соответствует входному диапазону АЦП); $y = N / N_{norm}$ – нормированный результат преобразования (код) АЦП; N – результат преобразования (код) АЦП; $N_{norm} = 2^{M-1}$ – номинальный код АЦП, соответствующий

U_{norm} (выражение записано для биполярного АЦП), N_{ADC} – число разрядов АЦП, включая знаковый.

Функции преобразования соответственно идеального и реального АЦП могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} y_{ид} = x, \\ y = x + \gamma_{INL}(x); \end{cases} \quad (1)$$

где $y_{ид}$ и y – нормированные на N_{norm} выходные сигналы идеального и реального АЦП, $\gamma_{INL}(x) = \Delta_{INL}(x) / N_{norm}$ – приведенная погрешность линейности АЦП, Δ_{INL} – абсолютная погрешность линейности АЦП в единицах младшего разряда (е.м.р.).

Тогда относительная погрешность измерения ДЗ может быть представлена в следующем виде:

$$\delta = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} (x_i + \gamma_{INL}(x_i))^2} - X_{rms}}{X_{rms}}, \quad (2)$$

где ДЗ входного нормированного сигнала x :

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2}. \quad (3)$$

Упрощая выражение (2) и заменяя приближенно корень линейной формой, получаем следующее выражение:

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 2, 2013

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ,
ВЫЗВАННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЦП

$$\delta \cong \frac{1}{2n} \sum_{i=0}^{n-1} (2\gamma_{INL}(x_i)x_i + \gamma_{INL}^2(x_i)) \cdot \quad (4)$$

$$X_{rms}^2$$

Для выполнения дальнейшего преобразования выражения (4) необходимо определить форму нелинейности передаточной функции АЦП.

Способы представления нелинейности функции преобразования АЦП

Интегральная нелинейность АЦП характеризует составляющую отклонения реальной характеристики АЦП от идеальной, которая нелинейно зависит от уровня входного напряжения.

В общем случае зависимость интегральной нелинейности от входного сигнала может обладать сколь угодно сложной формой. Существуют следующие подходы к аппроксимации передаточной характеристики АЦП [1, 2]:

- использование степенных рядов;
- использование полиномов Чебышева;
- использование функциональных рядов (на практике применяются только гармонические функции);
- представление интегральной нелинейности в виде случайной функции.

Наибольшей популярностью пользуется метод, основанный на использовании степенных рядов. Данный метод основан на представлении функции преобразования АЦП в следующем виде:

$$y(x) = x + \sum_{i=0}^{N_p} A_i x^i, \quad (5)$$

где A_i – i -ый коэффициент аппроксимирующего полинома функции преобразования АЦП, N_p – порядок аппроксимирующего полинома.

Для метода, основанного на использовании полиномов Чебышева, функция преобразования АЦП имеет вид:

$$y(x) = x + \sum_{k=1}^{N_p} B_k \cos(k \arccos(x)), \quad (6)$$

где k – порядок полинома Чебышева; B_i – i -ый коэффициент аппроксимирующего полинома функции преобразования АЦП.

В случае применения функциональных рядов (в нашем случае гармонических функций), аппроксимация функции преобразования АЦП имеет следующий вид:

$$y(x) = x + \sum_{k=1}^{N_p} C_k \cos(\omega_{inl,k} x + \alpha_k), \quad (7)$$

где $\omega_{inl,k}$ – частота аппроксимирующей функции; α_k , C_k – амплитудное и фазовое значения аппроксимирующей гармонической функции с частотой $\omega_{inl,k}$.

Коэффициенты аппроксимирующих полиномов (5), (6) и (7) могут быть найдены по амплитудному спектру выходного сигнала.

При рассмотрении нелинейности АЦП обычно разделяют низкочастотную и высокочастотную её составляющие. Низкочастотная составляющая обусловлена нелинейностями, возникающими в тракте преобразования АЦП. Для её описания обычно достаточно полинома сравнительно небольшого порядка (от 3 до 9, в зависимости от вида нелинейности и требуемой точности аппроксимации). Высокочастотная составляющая вызвана искажениями шума квантования АЦП в процессе прохождения шума через обладающий нелинейностью тракт преобразования.

Из доступной литературы [1 - 4] известно, что характер изменения нелинейности передаточной характеристики АЦП зависит от принципа его функционирования. При построении цифровых измерительных преобразователей ДЗ наиболее подходящими являются АЦП типов последовательного приближения, интегрирующие и сигма-дельта.

Для интегрирующего и сигма-дельта АЦП наиболее простым методом описания его реальной функции преобразования (и, соответственно, интегральной нелинейности) является метод, основанный на степенных рядах (см. зависимость (5)).

Известно, что для дифференциальной нелинейности АЦП последовательного приближения (построенного на основе двоично-весовых емкостных цепей или R-2R резистивных цепей), справедливо [3]:

$$DNL(k) = \sum_{i=0}^{N_{ADC}-1} DNL_{CL}(i) k_i, \quad (8)$$

где $DNL_{CL}(i)$ – дифференциальная нелинейность кодового перехода i -го разряда АЦП; k_i – i -ый разряд двоичного представления числа k . Дифференциальная нелинейность кодового перехода i -го разряда определяется при подаче на вход АЦП изменения сигнала, равного $2^i q'$ (где q' – средний квант реального АЦП).

Поскольку интегральная нелинейность АЦП связана с его дифференциальной нелинейностью соотношением:

РАЗДЕЛ 4. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ

$$INL(k) = \sum_{i=1}^k DNL(i), \quad (9)$$

то для АЦП последовательного приближения реальная передаточная характеристика может быть найдена путем определения значений дифференциальной нелинейности кодовых переходов его разрядов.

Дифференциальная нелинейность кодового перехода i -го разряда вызвана отклонением элементов i -ой ветви двоично-весовой цепи от своих номинальных значений. Как видно из (8) и (9), интегральная нелинейность АЦП последовательного приближения является периодической функцией. При этом дифференциальные нелинейности кодовых переходов различных разрядов неодинаково влияют на интегральную нелинейность. Чем старше разряд, тем меньшее число пульсаций интегральной нелинейности дает данная дифференциальная нелинейность.

Оценка погрешности измерения ДЗ методом «наихудшего случая»

В общем случае характер изменения нелинейности АЦП от уровня входного напряжения неизвестен. В техническом описании АЦП, как правило, указываются максимальные (либо типовые) предельные значения интегральной и дифференциальной нелинейности для его входного диапазона.

Следует отметить, что наличие интегральной нелинейности АЦП приводит к искажению спектра его выходного сигнала (для синусоидального входного сигнала происходит искажение основной гармоники и возникновение дополнительных гармоник) [4]. Поэтому динамические параметры АЦП (SFDR, THD) также содержат информацию об искажениях выходного сигнала, вызванных нелинейностью его функции преобразования. Однако, в технических описаниях данные параметры определяются для конкретного входного сигнала (конкретной формы, частоты, и амплитудного значения) а также конкретном значении частоты дискретизации. Кроме того, указанные динамические параметры не нормируют искажения основной гармоники, которое, как показывают результаты имитационного моделирования, в наибольшей степени определяет погрешность измерения ДЗ. По этой причине использование динамических параметров для оценки формы нелинейности АЦП затруднительно.

Оценка погрешности измерения ДЗ может быть получена путем использования следующего соотношения:

$$-\Delta_{INL,MAX} \leq \Delta_{INL}(x) \leq \Delta_{INL,MAX}, \quad (10)$$

где $\Delta_{INL,MAX}$ – максимальное значение интегральной нелинейности. Выражение (10) записано при симметричном задании предельных значений интегральной нелинейности в его техническом описании.

Погрешность измерения ДЗ принимает максимальное значение при следующем виде интегральной нелинейности:

$$\Delta_{INL}(x) = \begin{cases} -\Delta_{INL,MAX}, & \text{при } x < 0, \\ \Delta_{INL,MAX}, & \text{при } x > 0. \end{cases} \quad (11)$$

Исходя из (4) и (10), запишем:

$$\delta \cong \frac{\gamma_{INL,MAX} \sum_{i=0}^{n-1} |x_i|}{nX_{rms}^2}. \quad (12)$$

где $\gamma_{INL,MAX} = \Delta_{INL,MAX} / N_{norm}$ – максимальная приведенная погрешность линейности АЦП. Учитывая, что числитель определяет средневыпрямленное значение сигнала X_{arv} , представим (применительно к напряжению) последнюю формулу в виде:

$$\delta \cong \frac{1}{k_f} \gamma_{INL,MAX} \frac{U_{norm}}{U_{rms}}, \quad (13)$$

где $k_f = X_{rms} / X_{arv}$ – коэффициент формы сигнала; U_{rms} – ДЗ напряжения. В частном случае, для синусоидального напряжения $k_f = \pi / (2\sqrt{2})$.

Влияние формы нелинейности на погрешность измерения ДЗ

На практике форма нелинейности АЦП как правило существенно отличается от принятой в выражении (11). Для большинства АЦП производителем выполняется установка нуля и калибровка. По этой причине значение нелинейности для предельных значений входного диапазона близка к нулю.

Результаты имитационного моделирования показывают, что форма нелинейности существенно влияет на погрешность измерения ДЗ сигнала. В таблице 1 представлена сравнительная характеристика погрешности измерения ДЗ сигнала от формы нелинейности и положения её максимального значения (обозначим G). Значения погрешности измерения ДЗ указаны в процентах. Формы нелинейности, рассмотренные в таблице 1, показаны на рисунке 1.

Результаты в таблице 1 получены путем имитационного моделирования в программ-

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 2, 2013

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ,
ВЫЗВАННОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЦП**

ном пакете Matlab. При этом были выбраны следующие параметры: $\Delta_{INL,MAX} = 2$ (е.м.р.); разрядность АЦП – 14 бит; диапазон изменения сигнала соответствует входному диапазону АЦП; входной сигнал – синусоидальный; частота сигнала – 50Гц, частота дискретизации – 10кГц; время наблюдения 0.02с.

Таблица 1. Зависимость погрешности измерения ДЗ от формы нелинейности и положения её максимального значения(G)

Нелинейность	G, В/В				
	0,26	0,44	0,63	0,81	0,99
Тип 1	8,54E-03	1,01E-02	1,20E-02	1,48E-02	2,17E-02
Тип 2	1,76E-03	3,10E-03	4,62E-03	6,61E-03	1,08E-02
Тип 3	1,42E-06	1,49E-06	1,62E-06	1,84E-06	2,60E-06
Тип 4	7,01E-03	7,49E-03	7,73E-03	8,14E-03	1,14E-02

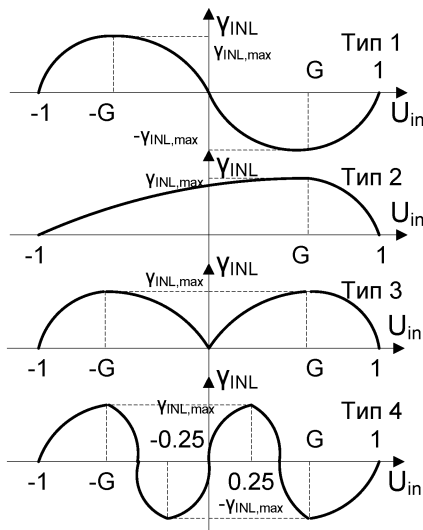


Рисунок 1 – Зависимости интегральной нелинейности АЦП от уровня входного напряжения.

Из таблицы видно, что погрешность измерения ДЗ максимальна для нелинейности типа 1 (см. рисунок 1). Данный эффект может быть объяснен путем более детального рассмотрения выражения (4). Видно, что погрешность максимальна при условии, что составляющая $2\gamma_{INL}(x_i)x_i$ не изменяет знак за время измерения (кратное периоду сигнала). Для периодического сигнала, симметричного относительно своего среднего значения, максимальное значение погрешности возникает в случае нелинейности, обладающей нечетной симметрией относительно середины входного диапазона АЦП. Данным свойством обладает нелинейность типа 1, что и объясняет результаты, полученные в таблице 1.

В случае, когда нелинейность обладает свойством четной симметрии относительно середины входного диапазона АЦП (справед-

ливо для нелинейности типа 2 при $G=0$ и нелинейности типа 3), среднее значение составляющей $2\gamma_{INL}(x_i)x_i$ за время измерения (кратное периоду входного сигнала) близко к нулю и погрешность измерения ДЗ определяется средним значением составляющей $\gamma_{INL}^2(x_i)$.

На основании проведенных исследований можно записать условия, при которых погрешность измерения ДЗ максимальна:

1. Нелинейность должна обладать четной симметрией относительно середины входного диапазона АЦП;
2. Положение максимального отклонения нелинейности должно быть близко к предельным значениям входного диапазона АЦП;
3. Значение нелинейности должно сохранять знакпостоянство относительно середины входного диапазона АЦП.

Нелинейность типа 1 может быть описана с помощью полинома третьей степени:

$$y = x + \sum_{i=0}^3 A_i x^i \quad (14)$$

Значения полиномиальных коэффициентов определяются путем решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} X_{rms} \sqrt{2} = X_{rms} \sqrt{2} + \sum_{i=0}^3 (A_i (X_{rms} \sqrt{2})^i), \\ -X_{rms} \sqrt{2} = -X_{rms} \sqrt{2} + \sum_{i=0}^3 (A_i (-X_{rms} \sqrt{2})^i), \\ (G - \Delta_{INL,MAX}) = G + \sum_{i=0}^3 A_i (G)^i, \\ (-G + \Delta_{INL,MAX}) = -G + \sum_{i=0}^3 A_i (-G)^i. \end{cases} \quad (15)$$

В результате решения данной системы получаем:

$$\begin{cases} A_0 = A_2 = 0, \\ A_3 = -\frac{A_1}{2X_{rms}^2} = \frac{\Delta_{INL,MAX}}{G^3 - 2GX_{rms}^2}. \end{cases} \quad (16)$$

С учетом (16) погрешность измерения ДЗ принимает вид (см. выражение (4)):

$$\delta \cong \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (A_3 x_i^4 + A_1 x_i^2)}{nX_{rms}^2} \quad (17)$$

В случае синусоидального входного напряжения, выражение (17) можно записать в следующем виде:

$$\delta \cong \frac{\gamma_{INL,MAX} X_{rms}^2}{2(2GX_{rms}^2 - G^3)}, \quad (18)$$

РАЗДЕЛ 4. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ

где значение $G = 1/\sqrt{3}$ для полиномиальной функции третьего порядка.

Подход, отраженный зависимостью (18), эффективен в случае, когда размах входного сигнала близок к входному диапазону АЦП. В случае входного сигнала меньшей амплитуды, положение максимального отклонения нелинейности для обеспечения метрологического запаса следует принять равным наибольшему амплитудному значению входного сигнала. В этом случае влияние нелинейности функции передачи АЦП можно представить в мультипликативном виде. Значение интегральной нелинейности при рассматриваемом подходе определяется уравнением:

$$\gamma_{INL}(x) = \left(\frac{\gamma_{INL,MAX}}{X_{rms,max} \sqrt{2}} \right) x, \quad (19)$$

где $X_{rms,max}$ – максимальное ДЗ входного сигнала.

В случае синусоидального входного напряжения выражение (4) принимает следующий вид:

$$\delta \cong \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (\gamma_{INL,MAX} x_i^2)}{n X_{rms,max}^2 \sqrt{2}}. \quad (20)$$

Упрощая зависимость (20), получаем:

$$\delta \cong \frac{\gamma_{INL,MAX}}{\sqrt{2} X_{rms,max}}. \quad (21)$$

Сравнение методов. Выводы

В таблице 2 представлены результаты расчета погрешности измерения ДЗ сигнала от интегральной нелинейности в случае применения рассмотренных ранее подходов к её оценке (см. зависимости (13), (18) и (21)) для различных АЦП. Были рассмотрены АЦП последовательного приближения: MAX1202A, MAX1146, MAX11047 (производитель – Maxim Integrated), ADS8504, ADS7263, ADS8372IB (производитель – Texas Instruments) и AD7490, AD7357B, AD7693 (производитель – Analog Devices). Характеристики приведенных АЦП взяты из их технических описаний.

Для более подробного ознакомления с указанными АЦП, условиями, при которых были получены максимальные значения интегральной нелинейности, следует обратиться к их техническим описаниям, доступным на сайте производителя. В столбце «Эксп.» представлены данные, полученные путем имитационного моделирования погрешности в случае нелинейности типа 1 (нечетная симметрия относительно середины входного

диапазона, аналитическое описание – полином третьей степени, см. зависимость (3) и рисунок 1). При получении результатов таблицы 2 были выбраны те же параметры моделирования, что и для таблицы 1.

Таблица 2. Сравнительная характеристика методов оценки погрешности измерения ДЗ

АЦП	$\Delta_{INL,MAX}$, е.м.р.	δ , %			
		Эксп.	(13)	(18)	(21)
12-ти разрядные АЦП					
MAX1202A	0,5	1,59E-02	3,11E-02	1,59E-02	2,44E-02
ADS8504	0,45	1,43E-02	2,80E-02	1,43E-02	2,20E-02
AD7490	1,0	3,17E-02	6,22E-02	3,17E-02	4,88E-02
14-ти разрядные АЦП					
MAX1146	2,0	1,59E-02	3,11E-02	1,59E-02	2,44E-02
ADS7263	1,0	7,93E-03	1,55E-02	7,93E-03	1,22E-02
AD7357B	3,0	2,38E-02	4,66E-02	2,38E-02	3,66E-02
16-ти разрядные АЦП					
MAX11047	2,0	3,96E-03	7,77E-03	3,96E-03	6,10E-03
ADS8372IB	0,65	1,49E-03	2,91E-03	1,49E-03	2,29E-03
AD7693	0,5	9,91E-04	1,94E-03	9,91E-04	1,53E-03

Из таблицы 2 видно, что использование подхода, основанного на аппроксимации нелинейности полиномиальной функцией третьей степени, позволяет получить наименее завышенную оценку погрешности измерения ДЗ по сравнению с другими методами. По этой причине, для синусоидального сигнала, размах которого близок входному диапазону АЦП, использование данного метода предпочтительнее.

Для несинусоидальных входных сигналов следует пользоваться зависимостями (13) или (21).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Suchanek, P. Several approaches to ADC transfer function approximation and their application for ADC nonlinearity correction /P. Suchanek, D. Slepicka, V. Haasz//Metrology and Measurement Systems – 2008, vol. 15, No. 4, p. 501–511
- Guindi, R. Behavioral modeling of the static transfer function of ADCs using INL measurements/ R. Guindi, N. Saada//International Conference on Microelectronics – 2010, p. 108-111.
- Arpaia, P. Influence of the architecture on ADC error modeling/ P. Arpaia, P. Daponte, L. Michaeli // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement – 1999, vol. 48, No. 5, p. 956-966.
- Kim, K. Analog-to-digital conversion and harmonic noises due to the integral nonlinearity/ K. Kim //IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement – 1994, vol. 43, No. 2, p. 151-156.

Старший преподаватель Серов А.Н. тел. (495)362-72-14, serov.an.iit@yandex.ru и к.т.н., доцент Шатохин А.А. тел. (495)362-72-14, sh1@yandex.ru - каф. Информационно-измерительной техники Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт».

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 2, 2013