

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

Пышнограй, Ю.А. Алтухов, И.Э. Головичёва, Ю.Б. Трегубова, И.В. Третьяков, Г.Л. Афонин, Х.Н.А. Аль Джода // Ползуновский вестник. – Барнаул, АлтГТУ, 2012 – № 3/1. – С. 61-74.

4. Алтухов Ю.А., Моделирование 3D профиля скорости нелинейной вязкоупругой жидкости в канале с квадратным сечением / Ю.А. Алтухов, Алтухов, В.Самойлов, И.Г. Пышнограй, Г.В. Пышнограй // Механика композиционных материалов и конструкций. Москва, Институт прикладной механики РАН, 2012. – т. 18. – №3. – С.325-332

Профессор, д.ф.-м.н., **Алтухов Ю. А.**, yuri_altukhov@mail.ru; ст. преподаватель **Никитина О. А.**, oan@uni-altai.ru - Кафедра теоретических основ информатики Алтайской государственной педагогической академии (АлтГПА), Барнаул; профессор, д.ф.-м.н., АлтГПА, **Пышнограй Г. В.**, pyshnograi@mail.ru - Кафедра математического анализа и прикладной математики АлтГПА; к.ф.-м.н., доцент **Кошелев К.Б.**, koshelev@mail.ru, кафедра прикладной математики Алтайского государственного университета

УДК: 519.711.3: 519.542: 551.571

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

Г.А. Абденова, Л.В. Ильина, М.А. Раков

В статье рассматривается задача оценивания прочности цементного камня в зависимости от вводимой минеральной добавки волластонит. На основе результатов промышленных испытаний по повышению прочности цемента из длительно хранившегося клинкера построена линейная кусочно-разностная модель в форме Коши, которая позволяет с помощью уравнений фильтра Калмана получить более достоверные оценки прочности цемента. Предложен алгоритм построения модели. Разработанный алгоритм апробирован на данных производственных испытаний

Ключевые слова: прочность цемента, минеральная добавка, волластонит, модель в форме Коши, фильтр Калмана, оценка фильтрации

Введение

В производстве цемента *актуальна задача* повышения ее прочности с использованием минеральных вяжущих веществ. В работе [1] предложены некоторые способы повышения прочности цементного камня введением минеральных добавок. В частности, были проведены промышленные испытания по повышению прочности цементного камня, полученного из длительно хранившегося клинкера введением минеральной добавки, такой как волластонит Алданского месторождения (республика Саха, Якутия). При испытании цементного камня, в ходе которой была получена выборка из 15 измерений, прочность определялась как среднее из этих 15 значений. Очевидно, что результаты испытаний, в большинстве случаев, содержат ошибки измерений. Разброс значений измерений, т.е. ошибки, составляют $\pm 5\%$.

Методика проводимых испытаний

Исследования проводились на образцах цементного камня размерами 20*20*20 мм, полученных в результате твердения теста нормальной плотности при нормальных условиях и после тепловлажностной обработки (ТВО) по режиму: подъем температуры в течение 3 часов, выдержка при температуре 85

°С в течение 6 часов и снижение температуры в течение 2 часов. Измельченный диопсид вводился в количестве 0%; 1%; 2%; 3%; 4%; 5%; 6%; 7%; 8%; 9%; 10%; 11%, 12%, 13% от массы клинкера. Клинкер является полуфабрикатом при получении цемента. Чтобы из клинкера получить цемент, его следует измельчить совместно с добавками – гипсом, а также, в зависимости от вида цемента, с активными минеральными добавками. Кроме того, дополнительно, при каждом испытании, вводился гипс в количестве 5 %.

Из анализа результатов испытаний, показанных на рисунке 1, видны явно выраженные две тенденции в поведении исследуемого процесса, соответствующие *двум подынтервалам*. На графиках показаны границы между подынтервалами №1 и №2, а сплошными линиями – реальные значения прочности цементного камня на основе результатов испытаний. При испытании образцов, связанных с введением минеральных добавок в клинкер, имеются два фактора, существенно влияющих на прочность цемента: количество гипса и количество волластонита. Действие других факторов, не учитываемых при испытании (например, температура среды испытания и др.), а также действие погрешностей измерений накладываются в

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

виде ошибок на результаты достоверного оценивания прочности цементного камня.

Методика построения динамической модели для оценивания прочности цемента

Вследствие этого, оценки прочности цементного камня следует понимать как оценки в статистическом смысле, что требуют построения математической модели. Для устранения ошибок измерений в работе предлагается использовать кусочно - раз-

ностную модель в форме Коши, которая на основе уравнений фильтра Калмана позволит заменить результаты измерений прочности на более достоверные оценки фильтрации [2]. При построении модели в форме Коши, в частности, для данных измерений относительно значения удельной теплоемкости волластонита, равной $393 \text{ м}^2/\text{кг}$, и твердении в условиях тепловлажностной обработки, используется методика из [2], которая состоит из следующих шагов:

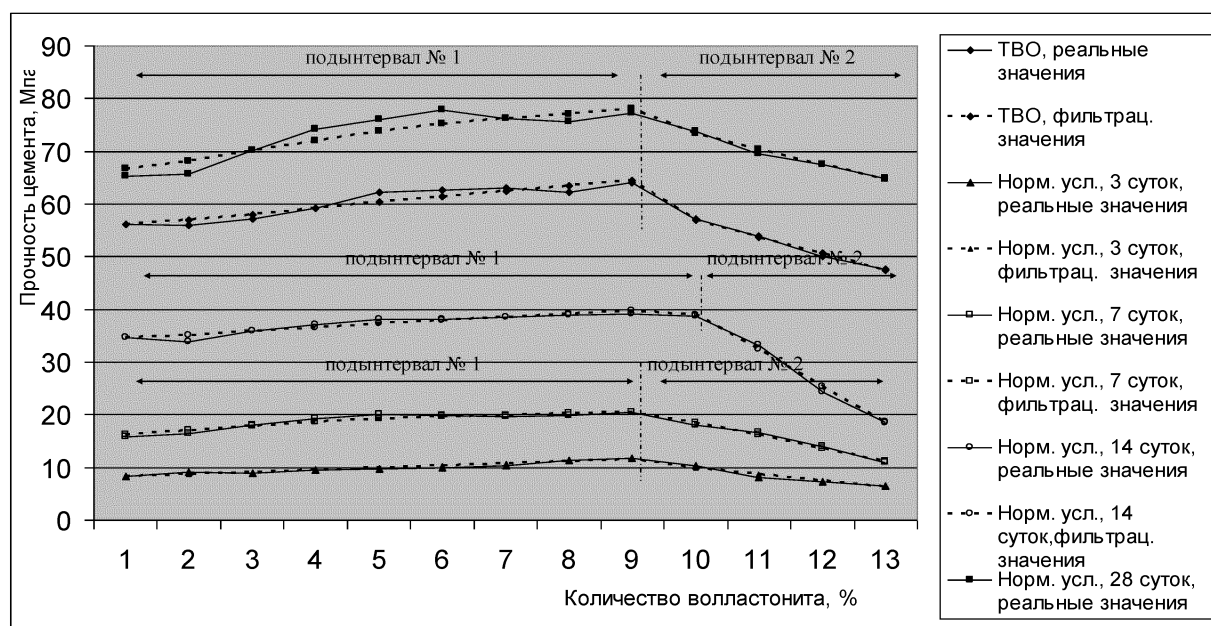


Рисунок 1 - Зависимость прочности цементного камня от введенного в него волластонита

Шаг 1. Согласно методике, предложенной Г. Чоу [3], для подтверждения изменения тенденции изучаемого показателя подсчитывается фактическое значение F - критерия, которое сравнивается с табличным, полученным по таблицам распределения Фишера при 5% уровне значимости и числах степеней

свободы $k_1=3$ и $k_2=14$: $F_{\text{факт}}=46.36$; $F_{\text{табл}}=7.59$. Так как $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то в этом случае моделирование ряда следует осуществлять с помощью кусочно-разностной модели и, тем самым, такое подтверждение подчеркивает адекватность построенной модели вида (1), (2).

$$x(m+1) = a \cdot x(m) + b_1 u_1(m) + b_2(t) \cdot u_2(m+1) + w(m), \quad x_1(0) = x_0, \quad (1)$$

$$y(m+1) = x(m+1) + v(m+1), \quad m = \overline{0, N-1}, \quad (2)$$

где m – переменная, характеризующая количество волластонита, кг; i – номер подынтервала; $x_i(m)$ – значение прочности цемента, МПа; $u_{i1}(m) = \text{const}$ – процентное значение количества вводимого гипса, (кг), в зависимости от количества массы цементного камня; $u_{i2}(m) = m$ – процентное значение количества вводимой минеральной добавки (диоп-

сид), (кг), в зависимости от количества массы цементного камня; $x_i(0) = x_{i0}$ – начальное значение прочности цементного камня при отсутствии вяжущей минеральной добавки (волластонит), с математическим ожиданием x_{i0} и дисперсией $P_{i0}(0) = P_{i0}$; $y_i(m)$ – значение прочности цемента на основе измерительной системы, МПа; $w_i(m)$ – ошибки мо-

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

дели состояния объекта с нулевым математическим ожиданием и дисперсией Q_{i0} ; $v_i(m)$ – ошибка модели наблюдения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией R_{i0} на подынтервалах. Изменение статистических свойств ряда наблюдений, относительно удельной поверхности волластонита, равного $393 \text{ м}^2/\text{кг}$ и твердение в условиях ТВО, позволяет выделить два подынтервала $[0; 9]$ и $[9; 13]$ и получить две разностные модели вида (1), (2), соответствующие двум рядам наблюдений:

$$Y_1 = \{55.1 \ 56.1 \ 55.9 \ 57.2 \ 59.2 \ 62.2 \ 62.7 \ 63.1 \ 62.3 \ 64.0\},$$

$$Y_2 = \{64.0 \ 57.1 \ 53.9 \ 50.1 \ 47.7\}.$$

Шаг 2. Для каждого из полученных подынтервалов по формуле (3) рассчитываются дисперсии шумов измерителей для дискретной модели по формуле [4]:

$$f \begin{cases} x_1(m+1) = 0.45x_1(m) + 6.22u_1(m) + 0.59u_2 + w_1(m), & x_{01}(0) = x_{01}, \\ y_1(m+1) = x_1(m+1) + v_1(m), & m = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \end{cases} \quad (4)$$

$$f \begin{cases} x_2(m+1) = 0.057x_2(m) - 2.94u_1(m) + 15.97u_2 + w_2(m), & x_{02}(0) = x_{02} \\ y_2(m+1) = x_2(m+1) + v_2(m+1), & m = \{9, 10, 11, 12, 13\}. \end{cases} \quad (5)$$

Шаг 4. Для каждого подынтервала оцениваются дисперсии помех состояния исследуемого объекта. Для этого разностное уравнение записывается в виде:

$$w_{ik} = x_i(l_{k+1}) - \sum_{j=1}^n \hat{f}_{ij} x_{ij}(l_k) - \sum_{p=1}^r \hat{g}_{ip} u_{ip}(l_k)$$

$$k = \overline{0, N-1}, \quad i = \overline{1, M}.$$

Так как $w_i(m)$ – гауссовская белая последовательность с нулевым средним, оценки дисперсии помех состояния объекта на подынтервалах вычисляются по формуле:

$$Q_{i0} = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{m=1}^{N_i-1} w_i(m), \quad i = \overline{1, M}, \quad (6)$$

где N_i – объем выборки наблюдений для i -го подынтервала. Для двух подынтервалов по формуле (6) оцениваются шумы динамики объекта: $Q_{10} \cong 0.999 \text{ МПа}^2$, $Q_{20} \cong 0.116 \text{ МПа}^2$.

Шаг 5. Вычисляются оценки дисперсии помех начального состояния $P_{i0}(l_0)$ на подынтервалах как рекурсивное решение для устойчи-

$$R_{i0} = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{k=1}^{N_i} (y_i(l_k) - \bar{y}_i(l_k))^2, \quad i = \overline{1, M}, \quad (3)$$

где $\bar{y}_i(l_k) = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} y_i(l_k)$ – оценка математического ожидания на i -том подынтервале, M – число подынтервалов на одном полном периоде всего интервала наблюдения. Шумы измерителя: $R_{10} \cong 13.38 \text{ МПа}^2$, $R_{20} \cong 54.32 \text{ МПа}^2$. *Шаг 3.* На основе данных наблюдений, с помощью МНК оцениваются коэффициенты дискретной модели на каждом подынтервале. Один из способов расчета коэффициентов дискретной модели описан в [4].

Строятся две разностные модели на двух подынтервалах с коэффициентами $\hat{f}_1 \cong 0.453$, $\hat{g}_{11} \cong 6.223$, $\hat{g}_{12} \cong 0.586$ и $\hat{f}_2 \cong 0.057$, $\hat{g}_{21} \cong -2.94$, $\hat{g}_{22} \cong 15.97$ оцененные с помощью МНК:

вого состояния процесса с помощью соотношения:

$$P_{i0}^{s+1} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^n \hat{f}_{ij} P_{i0}^s \hat{f}_{ij} + \hat{Q}_{i0}^0, \\ P_{i0}^0 = 0, \quad i = \overline{1, M}, \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

Для двух подынтервалов по формуле (5) оцениваются шумы начального состояния объекта: $P_{10} \cong 1/12 \text{ МПа}^2$, $P_{20} \cong 0.12 \text{ МПа}^2$.

Шаг 6. Переходим на следующий подынтервал $i = i + 1$. Если $i \leq M$, переходим на шаг 2, иначе - на шаг 8.

Шаг 6. Для получения единой кусочно-разностной модели на всем интервале исследования, постоянные параметры \hat{f}_1, \hat{f}_2 , соответствующие моделям двух подынтервалов, «сшиваются» с помощью сглаживающего кубического сплайна [5] и получаем функцию $\hat{f}(m)$ (рисунок 2). Аналогично строятся функции $\hat{g}_1(m), \hat{g}_2(m)$, с коридорами фильтрации $\delta_1 = 0.06$, $\delta_2 = 0.09$ (см. рисунок 3).

РАЗДЕЛ 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

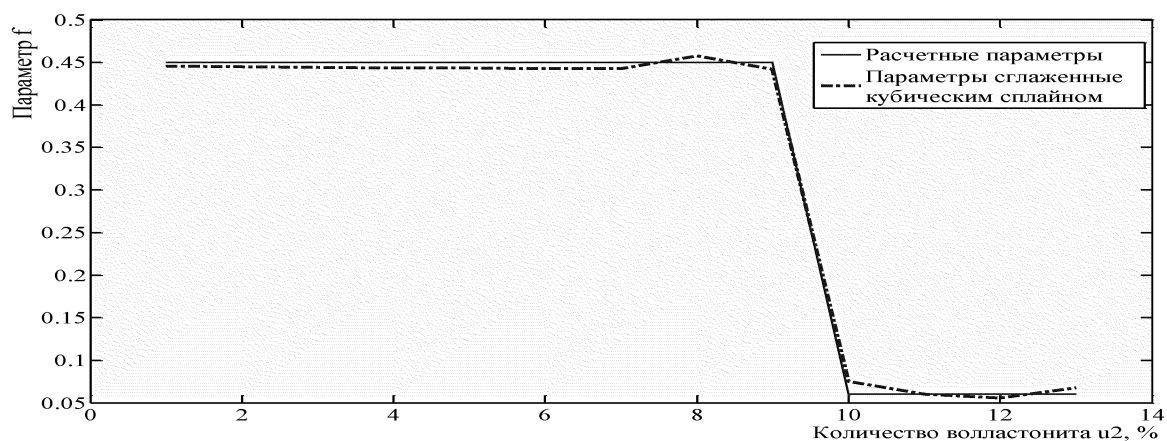


Рисунок 2 - График функции $\hat{f}(m)$ и параметров \hat{f}_1, \hat{f}_2 на подынтервалах

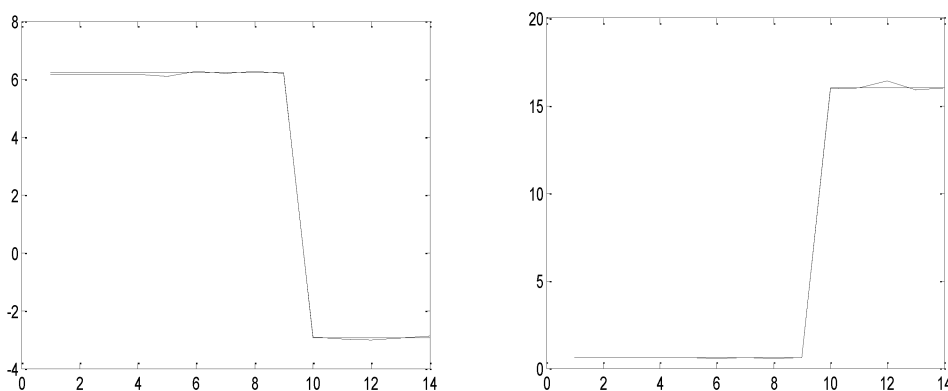


Рисунок 3 - Графики параметров \hat{g}_1 и \hat{g}_2 на двух подынтервалах

Алгоритм сглаживающего сплайна реализуется при малых значениях коридора фильтрации, который подбирается в зависи-

мости от значений самих параметров. Объединив разностные модели (1) и (2), получим единую кусочно-разностную модель вида:

$$\begin{cases} x(m+1) = \hat{f} \cdot x(m) + \hat{g}_1 \cdot u_1(m) + \hat{g}_2 \cdot u_2(m+1) + w(m), & x_2(0) = x_0, \\ y(m+1) = x(m+1) + v(m+1), & m = \overline{0, N-1}, \end{cases} \quad (8)$$

где параметр m – количество волластонита;
 $u_1(m) = 5\%$ – количество гипса;
 $u_2(m+1) = m+1$ (%), $m = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ (%).

$$\hat{f} = \begin{cases} 0.46, & \text{при } 0 \leq m \leq 9, \\ 0.057, & \text{при } 9 \leq m \leq 13, \end{cases}$$

$$\hat{g}_1 = \begin{cases} 5.6, & \text{при } 0 \leq m \leq 9, \\ -1.82, & \text{при } 9 \leq m \leq 13, \end{cases}$$

$$\hat{g}_2 = \begin{cases} 2.1, & \text{при } 0 \leq m \leq 9, \\ 9.4, & \text{при } 9 \leq m \leq 13. \end{cases}$$

Шаг 7. Модели (1) и (2) проверяются на устойчивость, наблюдаемость, управляемость и идентифицируемость [4]. Параметры \hat{f}_1, \hat{f}_2 находятся в интервале (0; 1), значит модели (4) и (5) – устойчивые. Так как уравнения моделей одномерные, параметры – не нулевые, следовательно, модели (4) и (5) – управляемые, наблюдаемые и идентифицируемые.

Шаг 8. Кусочно-разностная модель (4), (5) позволяет применить аппарат фильтра Калмана, который использует рекуррентные формулы для получения оценки фильтрации как достоверной оценки прочности цементного камня. Расчетные оценки фильтрации

ОЦЕНИВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЦЕМЕНТНОГО КАМНЯ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОЙ КУСОЧНО-РАЗНОСТНОЙ МОДЕЛИ В ФОРМЕ КОШИ

прочности цементного камня при различных условиях хранения были сведены в таблицы и они представлены на рисунке 1 в виде пунктирных кривых.

Заключение

Таким образом, для данной задачи получены линейные кусочно-разностные модели в форме Коши, позволяющие оценивать прочность цементного камня в зависимости от количества вводимой минеральной добавки при различных условиях удельной поверхности волластонита ($\text{м}^2/\text{кг}$) и твердения в условиях ТВО и нормальных условиях. При этом следует отметить, что:

1) относительно более достоверные оценки фильтрации прочности цементного камня достигают своего максимального значения при 9; 10 относительно твердения в условиях ТВО % добавки волластонита, а также в условиях твердения в условиях ТВО и нормальных условиях от общей массы исходного количества клинкера; 2) разброс значений ошибок оценок фильтрации составляет ± 1.5 % вместо ± 5 % относительно реальных значений испытаний; 3) полученные модели можно использовать для достоверного оценивания прочности цементного камня при других процентных соотношениях добавок (например, 2.5 % или 10.7 % и т.д.) уже без проведения натурных промышленных испытаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бердов, Г.И., Влияние волластонита на прочность цементного камня из длительно хранившегося портландцемента/ Г.И. Бердов, Л.В.Ильина, Н.А. Машкин // Строительные материалы. 2011. № 1. С. 48 - 49.
2. Абденова, Г.А. Применение модели в пространстве состояний для достоверного оценивания прочности цементного камня/ Г.А. Абденова, Л.В. Ильина, М.А. Раков // Фундаментальные науки. 2011. № 8. С. 589-592.
3. Chow Gregory, C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions/ С. С. Gregory // Econometrica. 1960.Vol. 28. № 3. P. 591-605.
4. Абденова, Г.А. Оценивание параметров и характеристик шумов нестационарных процессов в стохастических системах, описываемых в пространстве состояний /Г.А. Абденова, А.А. Воевода // Сб. науч. трудов НГТУ. 2010. №3 (61). С.11-18.
5. Завьялов, Ю.С. Методы сплайн - функций./ Ю.С. Завьялов, В.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко М.: Наука, 1980. 352 с.

Соискатель кафедры автоматизируемой АБДЕНОВА Г.А. тел. 8-923-151-77-99, gauhar@ngs.ru - Новосибирский государственный технический университет; профессор кафедры строительных материалов и специальных технологий Ильина Л.В., д.т.н., профессор, тел. 8-953-860-22-83, E-mail: nsklika@mail.ru; аспирант каф. строительных материалов и специальных технологий, тел. 8-952-909-96-88, E-mail: wetcoas89@mail.ru - Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет