УДК: 539.3

ГИБРИДНАЯ МЕТОДИКА АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ МЭМС-СИСТЕМ И СИСТЕМ С ДЕФЕКТАМИ

П.В. Максимов, И.Н. Сахабутдинов

Рассмотрена методика уточнения значений коэффициентов системы дифференциальных уравнений движения МЭМС-устройства, основанная на применении трехмерной конечно-элементной модели и анализе ряда численных решений связанных статических электро- термо- механических задач. Предложенный подход позволяет осуществлять моделирование и анализ нестационарных явлений в динамических МЭМС-системах с учетом присутствующих в подобных системах дефектов, нелинейностей, внешних воздействий.

Ключевые слова: МЭМС-системы, связанные задачи, динамика, математическое моделирование, дефекты форм и свойств.

Введение

В настоящее время микро- электро- механические системы (МЭМС) нашли широкое применение во многих отраслях промышленности. МЭМС-устройства, относящиеся к классу сенсорных измерительных систем, активно применяются в приборостроении, в навигационных системах, в системах стабилизации и управления полетом для измерения ускорений, угловых и линейных скоростей и пр. Рассматриваемые в работе измерительные инерциальные системы конструктивно представляют собой набор массивных элементов-маятников, миниатюрных рамок, соединенных тонкими перемычками: подвесами или торсионами. Заметим, что помимо механической составляющей, МЭМС - устройства включают в себя электрические компоненты, для исследования работы которых могут применяться методы математического моделирования [1,2].

На сегодняшний день сформировались методы проектирования устройств подобного класса, традиционно заключающиеся в применении математического аппарата и методов теоретической механики. При таком подходе исследуемая измерительная система (акселерометры, микрогироскопы, датчики давлений, инерциальные датчики) рассматривается в виде совокупности абсолютно жестких тел, объединенных между собой упругими связями. Применение подобного подхода при проектировании и моделировании динамических МЭМС-систем приводит в итоге к необходимости численного решения системы линейных дифференциальных уравнений, содержащей конечное число уравнений: от одного-двух до десяти-пятнадцати (в зависимости от сложности рассматриваемой конструкции), равное числу степеней свободы исследуемого датчика [2,3]. Достоинством данного подхода является простота итоговой математической модели и ее аналитичность. Не смотря на то, что для решения системы дифференциальных уравнений движения требуется применение численных методов, например метода Рунге-Кутта, численные алгоритмы не являются ресурсоемкими и позволяют проводить оперативный многовариантный анализ движения рассматриваемой динамической системы или ее отдельных элементов. В рамках описываемого подхода при моделировании оперируют интегральными характеристиками твердых тел (масса, момент инерции, жесткость на изгиб или кручение и т.д.), что является слабым местом методики, так как такой подход не позволяет корректно учесть локальные особенности конструкции, такие как дефекты упругих подвесов, отклонения размеров от проектировочных, анизотропные свойства материалов, которые являются характерными для систем, выполненных по МЭМС-технологии.

Вторым подходом, широко применяемым в настоящее время, является рассмотрение всей измерительной системы как единой целой, что приводит к необходимости создания трехмерной пространственной модели с распределенными параметрами, сводящейся в итоге к математической модели в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных, содержащих, например, в случае построения ее дискретного конечномерного аналога огромное количество степеней свободы (узловых неизвестных). В случае применения метода конечных элементов к реальным инженерным 3D-моделям МЭМС-систем количество узловых неизвестных может колебаться от нескольких тысяч до сотен тысяч и более. Построение подробных трехмерных моделей измерительных устройств, применение сложного математического аппарата позволяет учесть локальные особенности деформирования перемычек и торсионов, однако делает задачу «тяжелой» и ресурсоемкой [4]. В результате, подобный подход хорошо себя проявляет при исследовании поведения системы под действием статических воздействий (постоянное измеряемое ускорение или вращение, учет влияния температурного поля) и при решении связанных задач, например, при анализе электростатических полей и вызванных ими сил кулоновского взаимодействия, но он практически не применим для оценки динамического поведения конструкции, вызванного нестационарными воздействиями (изменяющееся во времени ускорение, вибрации основания прибора и пр.).

Методика расчета МЭМС-систем

В работе рассматривается гибридная методика, позволяющая объединить положительные стороны представленных выше подходов к проектированию и моделированию МЭМС-систем.

В основе предлагаемого авторами метода исследования динамических микромеханических систем лежит первый подход, при котором создается математическая модель устройства в виде системы линейных дифференциальных уравнений. Далее будем называть такую модель – «СДУ-модель». Для работы с СДУ-моделью динамического МЭМС-устройства требуется задать ряд параметров (коэффициентов системы), характеризующих интегральные физико - механические характеристики рассматриваемой системы, такие как масса отдельных элементов, их моменты инерции относительно различных осей, жесткости подвесов при их деформировании в различных направлениях и т.д. Для определения данных параметров предлагается строить трехмерную конечно-элементную модель МЭМС-устройства, реализовав ее, например, в одном из популярных прикладных инженерных САЕ-пакетов (ANSYS, NASTRAN и пр.), создав самостоятельно, либо взяв за основу уже готовую трехмерную CAD-модель системы (вероятность наличия которой крайне велика при современном повсеместном применении в процессе разработки и проведении НИР систем автоматизированного проектирования, в том числе CAD-систем). Для простоты трехмерную конечно-элементную модель в дальнейшем будем называть 3D-моделью. На основании серии вычислительных экспериментов, заключающихся в определении поля перемещений чувствительного элемента измерительной системы под действием статических нагрузок, проводимых на 3D-модели, в которой для описания деформирования подвесов, перемычек, торсионов используются наиболее общие уравнения теории упругости, теории вязкоупругости или вязко-пластичности, в зависимости от заданных в модели физических соотношений, описывающих реальное поведение материала под нагрузкой, становится возможным определение интегральных значений жесткостных характеристик подвесов, которые в дальнейшем передаются в СДУ-модель. Коэффициенты в СДУ-модели, отвечающие за учет инерционных характеристик движущихся элементов системы, определяются в 3D-модели автоматически средствами используемого САЕ-пакета. Применение 3D-модели и выполненное на ее основе «уточнение» коэффициентов дифференциальной системы, используемых в СДУ-модели, позволяет проводить дальнейший анализ динамического поведения измерительного устройства более простым и эффективным образом (без необходимости решения нестационарных задач, на каждом временном шаге которых требуется решение системы алгебраических уравнений с несколькими тысячами неизвестных).

Практическое применение гибридной методики расчета МЭМС-систем

Апробация предложенной методики производилась на примере микромеханического емкостного гироскопа, состоящего из массивной пластины – чувствительного элемента и внешней рамки, соединенных друг с другом и с основанием двумя парами торсионов, участвующих в сложном колебательно - вращательном вынужденном движении, приводящем к возникновению действующих на чувствительный элемент датчика переносных сил инерции, пропорциональных проекции вектора измеряемой угловой скорости на ось чувствительности прибора.

Динамика рассматриваемого микрогироскопа описывается в упрощенной постановке системой дифференциальных уравнений движения (1), подробно рассмотренной в [2]. Гироскоп рассматривается как двухстепенной. В терминах данной работы такая система уравнений, вкупе с соответствующими численными методами ее решения, является СДУ-моделью:

$$\begin{cases} (A_1 + A_2)\ddot{\alpha} + b_\alpha \dot{\alpha} + \left[G_\alpha - (B_1 + B_2 - C_1 - C_2)\Omega^2\right]\alpha - (A_1 + B_1 - C_1)\Omega\dot{\beta} = M_0 \cos(pt) \\ B_1\ddot{\beta} + b_\beta \dot{\beta} + \left[G_\beta + (C_1 - A_1)\Omega^2\right]\beta + (A_1 + B_1 - C_1)\Omega\dot{\alpha} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

где α, β – углы поворотов внешней и внутренней пар торсионов; A_1, B_1, C_1 – главные моменты инерции внутренней пластины; A_2, B_2, C_2 – главные моменты инерции наружной рамки; b_α, b_β – коэффициенты “вязкого” трения при вращении наружной рамки и внутренней пластины; G_α, G_β – жесткости торсионов на кручение по соответствующим степеням свободы; Ω – измеряемая скорость вращения; M_0, p – амплитуда и частота внешнего возбуждения.

В случае моделирования сложных систем возникает проблема правильного задания жесткостных свойств подвесов, значений G_α, G_β в системе (1). В рассматриваемом гироскопе торсионы имеют Х-образную форму, показанную на рисунке 1, что позволяет им хорошо работать на кручение и быть достаточно жесткими при изгибных деформациях. Такие торсионы, в силу их формы и размеров, требуется рассматривать как объемные тела с привлечением трехмерных соотношений теории упругости. Кроме того, при производстве датчиков в торсионах возможны отклонения размеров от расчетных или появление локальных изменений в физико-механических свойствах материала, например, образование примеси и пр., что существенно усложняет картину деформирования торсиона и делает неприменимым упрощенный подход в виде анализа СДУ-модели для оценки влияния подобных дефектов на вынужденное движение элементов МЭМС-системы.

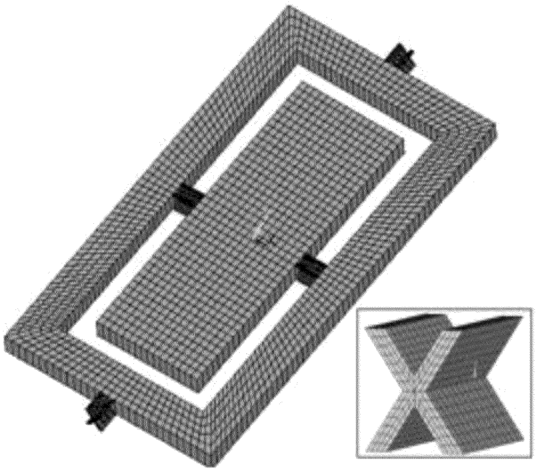

Рисунок 1 - Конечно-элементная модель микрогироскопа с Х-образным торсионом

Подход, при котором торсион гироскопа рассматривается как трехмерное тело, подробно описан в работе [4], где рассматривается влияние дефекта в виде выреза на динамические характеристики системы. Однако сложность реализации такого подхода при анализе динамических систем потребовала упрощения математической постановки: рассматривались лишь внутренняя пластинка и внутренняя пара торсионов, возбуждение принималось гармоническим, что позволило отказаться от прямого интегрирования полных уравнений движения. Тем не менее, даже при такой постановке были получены весьма важные результаты. Определено, что наличие в торсионе дефекта приводит к существенным изменениям двух низших собственных форм колебаний МЭМС-системы, при которых происходит возбуждение паразитных колебаний чувствительного элемента датчика, приводящих к возникновению ошибочного сигнала на выходе датчика. Качественный характер описанных изменений, а также величина погрешности, вносимая дефектом в выходной сигнал гироскопа, зависят от местоположения дефекта внутри торсиона и его типа. Предлагаемая гибридная методика анализа динамических систем на основании результатов трехмерного моделирования конструкции с привлечением пространственных уравнений теории термовязкоупругости, рассмотрением сложных физических соотношений, в частности, учета для данной модели анизотропных свойств монокристаллического кремния и вероятных нарушений в направлениях анизотропии, позволяет учесть все особенности деформирования трехмерной модели и на основании ряда численных экспериментов определить значения коэффициентов G_α, G_β системы (1), а также аналогичных им коэффициентов, имеющих физико - механический смысл жесткости деформируемой системы.

Разумеется, для учета более сложных пространственных движений конструктивных элементов микрогироскопа (рамки, чувствительного элемента и пр.), потребуется изменение СДУ-модели, представленной в виде системы дифференциальных уравнений (1), введение дополнительных степеней свободы, характеризующих, например, не только поворот чувствительного элемента на угол β, обусловленный «скручиванием» торсионов, но и изгиб торсионов, приводящий к повороту чувствительного элемента вокруг других осей, а также к его поступательному перемещению как единого жесткого тела в направлении, перпендикулярном первоначально недеформированной плоскости конструкции и в «плане». Однако, такие дополнения не вызывают существенных трудностей. Вывод дополнительных уравнений движения системы (1) и добавление соответствующих слагаемых в уже существующих уравнениях могут быть легко осуществлены, например, средствами теоретической механики на основании уравнения Лагранжа 2-го рода. После уточнения самой системы (1) и значений коэффициентов этой системы становится возможным анализ нестационарных динамических эффектов посредством прямого решения дифференциальных уравнений движения без применения гипотез, упрощающих картину деформирования упругих подвесов датчика.

Заключение

Применение рассмотренного подхода вкупе с введением параметризации размеров и параметров, использующихся в 3D-модели, позволяет:

- моделировать локальные неоднородности, физические и геометрические дефекты в подвесах, влияющие на поле перемещений чувствительных элементов измерительных систем, датчиков и, как следствие, на снимаемый с этих датчиков полезный сигнал;
- учитывать реальное направление осей анизотропии конструкционных материалов;
- учитывать физическую и геометрическую нелинейности перемычек и торсионов в МЭМС-системах. Для 3D-модели проводится серия численных статических экспериментов и определяется набор значений интегральных жесткостных характеристик перемычек или торсионов с учетом их нелинейного поведения, после чего производится аппроксимация данных и полученная аналитическая зависимость предается в СДУ-модель;
- проводить связанные расчеты, например, учитывать электро-механические взаимодействия в МЭМС-системах или добавлять к модели возможность учета соотношений МЖГ и т.д. При этом учет подобных явлений строится не на основании простых моделей, ограниченных обилием гипотез и упрощений, а на базе наиболее общих соотношений, применимость которых обеспечивается использованием трехмерных математических моделей сред с распределенными параметрами;
- оценивать влияние присутствующих в конструкции внутренних напряжений, вызванных технологическими особенностями производства компонентов МЭМС-систем, особенностями процесса сборки устройств или действующими температурными полями. Предложенный подход позволяет также корректно учитывать деформации элементов конструкции, вызванные воздействием внутренних напряжений, и связанные с ними изменения инерционных характеристик динамической системы.

Результатом работы стала новая методика расчета, проектирования и моделирования динамических МЭМС-систем; принципиально различные по своей сути модели МЭМС-устройств (СДУ-модель, 3D-модель); а также разработанные авторами численные алгоритмы решений поставленных задач.

Предложенный авторами подход позволяет осуществлять моделирование и анализ нестационарных явлений в динамических МЭМС-системах с учетом присутствующих в подобных системах дефектов, нелинейностей, внешних воздействий.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №12-08-31351_мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ледовской, М.И. Моделирование алгоритма инерциальной навигации в MATLAB-Simulink / М.И. Ледовский // Ползуновский вестник. – 2011. – №3-1. – С. 9-11.
2. Распопов, В.Я. Микромеханические приборы / В.Я. Распопов. – Учебное пособие. М.: Машиностроение, 2007. – 400 с.
3. Мирзина Н.А. Аналитическое решение связанной задачи об отыскании поля перемещений чувствительного элемента акселерометра с учетом влияния электростатических сил / Н.А. Мирзина, П.В. Максимов // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2009. – №1. – С. 112-121.
4. Максимов П.В. Численное исследование влияния дефекта упругого подвеса на динамические характеристики микромеханического гороскопа / П.В. Максимов, Н.А. Труфанов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2009. –№2. – С.39-45.

*Студент **И.Н. Сахабутдинов**.; к.т.н., доцент **П.В. Максимов** – Пермский национальный исследовательский политехнический университет, кафедра вычислительной математики и механики, pvmperm@mail.ru, тел.: (342) 239-15-64.*