УДК 629.3.027.74:539.3

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РЕЗИНОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РМШ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

С.А. Коростелев, Д.Ю. Каширский, К.С. Нечаев

В работе представлен алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния резиновых элементов гусеничного движителя вызванного запрессовкой резинометаллического пальца в отверстия проушин и последующим нагружением радиальной силой и крутящим моментом. В основу алгоритма положен Δ -метод. Численная реализация алгоритма осуществлена применением метода конечных элементов.

Ключевые слова: гусеничный движитель, резинометаллический шарнир, резиновый элемент, напряженно-деформированное состояние.

В современном машиностроении для снижения динамических нагрузок применяют силовые резиновые элементы, которые могут иметь различную форму и конструктивные параметры, иметь различные виды нагружения.

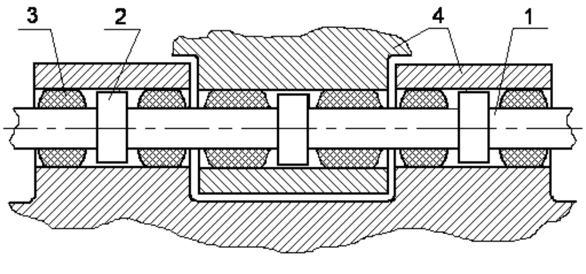
В ходовой части гусеничных машин, а именно для сочленения траков гусеничной цепи наибольшее распространение получили резинометаллические шарниры комбинированного типа с ограничителем радиальной деформации рисунок 1. В процессе эксплуатации резиновые элементы шарнира испытывают:

- большие деформации, вызванные запрессовкой пальца шарнира в проушину звена;
- нагружение, вызванное растягивающим усилием в цепи;
- деформации, вызванные вращением звеньев относительно друг друга.

При проектировании резинометаллического шарнирного соединения необходимо обеспечить:

- размещение резиновых элементов в проушинах заданной конструкции звена;
- возможность сборки резиновых элементов, резиновый элемент должен быть расположен на достаточном расстоянии от ограничителя;
- не только отсутствие наплыва резины на арматуру пальца, но и исключить возможность заключения абразива между металлом и резиновым элементом;
- при запрессовке возникающие в резиновом элементе касательные напряжения τ_{rz} не должны превышать 1,5 МПа;
- отсутствие проскальзывания резины относительно поверхности проушины при кручении;
- необходимую радиальную жесткость резиновых элементов (радиальная жесткость должна обеспечить как минимум не касание ограничителей на всех ветвях кроме рабочей);
- равную угловую жесткость резиновых элементов двойных и тройных проушин.

В настоящей работе предложен алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния резиновых элементов шарнира при запрессовке в проушину звена и при вторичном нагружении крутящим моментом и радиальной силой, который позволяет на стадии проектирования РМШ оценить обоснованность выбора конструктивных параметров шарнирного соединения.



1 – металлическая арматура; 2 – ограничитель радиальной деформации; 3 – резиновый элемент; 4 – проушины сочлененных звеньев
Рисунок 1 - Сочленение траков гусеничной цепи

При рассмотрении деформаций резины, связанных со сборкой резинометаллического шарнирного соединения, функции перемещений u, w, v и функция гидростатического давления s являются функциями координат r, z, θ, а именно для сборки $u = u(r,z)$, $v = 0$, $w = w(r,z)$, $s = s(r,z)$.

Приращение потенциальной энергии для δ - метода на первом шаге деформирования при запрессовке запишется в виде [1,2]

$$\Delta W = \frac{1}{2}\iiint_V (\sigma_r\varepsilon_r + \sigma_\theta\varepsilon_\theta + \sigma_z\varepsilon_z + \tau_{rz}\gamma_{rz})dV \qquad (1)$$

Учитывая, что компоненты тензора напряжений определяются выражениями

$$\sigma_r = G(2\varepsilon_r + s);\ \sigma_\theta = G(2\varepsilon_\theta + s);$$
$$\sigma_z = G(2\varepsilon_z + s);\ \tau_{rz} = G\gamma_{rz}, \qquad (2)$$

приращение потенциальной энергии запишется в виде

$$\Delta W = \frac{1}{2}G\iiint_V \left[2\varepsilon_r^2 + 2\varepsilon_\theta^2 + 2\varepsilon_z^2 + \gamma_{rz}^2 + s(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z)\right]dV \qquad (3)$$

Учитывая зависимости деформации от перемещений выражение (3) запишется в виде

$$\Delta W = \frac{1}{2}G\iiint_V \left[2u_r^2 + 2\left(\frac{u}{r}\right)^2 + 2w_z^2 + (u_z + w_r)^2 + s\left(u_r + \frac{u}{r} + w_z\right)\right]dV \cdot \qquad (4)$$

Здесь и далее нижний индекс у функции перемещений означает частную производную по соответствующей координате.

Полученное выражение справедливо для первого шага.

При определении приращения энергии деформаций на последующих шагах деформирования необходимо учесть работу напряжений, которые возникли в теле на предыдущих шагах. Учитывая это, приращение энергии деформаций примет вид

$$\Delta W = G\iiint_V \left[u_r^2 + \left(\frac{u}{r}\right)^2 + w_z^2 + \frac{1}{2}(u_z + w_r)^2 + \left(\frac{s}{2} + s^0\right)\left(u_r + \frac{u}{r} + w_z\right) + 2u_r^0u_r + 2\left(\frac{u^0}{r}\frac{u}{r}\right) + 2w_z^0w_z + u_zu_z^0 + u_zw^0{}_r + w_ru^0{}_z + w_rw_r^0\right]dV \qquad (5)$$

Здесь и далее верхний индекс «0» у функций перемещений и гидростатического давления относится к напряженно-деформированному состоянию на предыдущем этапе деформирования.

Для численной реализации алгоритма применен метод конечных элементов. Описание геометрической формы рассматриваемой конструкции и аппроксимация перемещений осуществлена четырехугольными изопараметрическими элементами изображенными на рисунке 2.

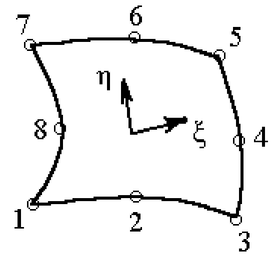


Рисунок 2 - Изопараметрический конечный элемент

Функции формы для элемента записываются в терминах безразмерных координат ξ, η в виде [3,4]

$$\lfloor N(\xi,\eta)\rfloor = \lfloor N_1(\xi,\eta) \quad N_2(\xi,\eta) \quad \ldots \quad N_8(\xi,\eta)\rfloor, \qquad (6)$$

Координаты и перемещения точки элемента соответственно определяются выражениями

$$r = \lfloor N(\xi,\eta)\rfloor\{r\};\ z = \lfloor N(\xi,\eta)\rfloor\{z\};$$
$$u = \lfloor N(\xi,\eta)\rfloor\{u\};\ w = \lfloor N(\xi,\eta)\rfloor\{w\}, \qquad (7)$$

где

$\{r\} = \lfloor r_1 \quad r_2 \quad \ldots \quad r_8\rfloor^T$,

$\{z\} = \lfloor z_1 \quad z_2 \quad \ldots \quad z_8\rfloor^T$ - векторы соответствующих координат узловых точек;

$\{u\} = \lfloor u_1 \quad u_2 \quad \ldots \quad u_8\rfloor^T$,

$\{w\} = \lfloor w_1 \quad w_2 \quad \ldots \quad w_8\rfloor^T$ - векторы соответствующих перемещений узловых точек.

Чтобы построить матрицу жесткости элемента отвечающую механическому поведению резинового элемента необходимо вычислить производные функций перемещения по r и z. Перемещения заданы в виде функций от координат ξ, η. Определение производных перемещений по r и z можно осуществить, применяя правило дифференцирования сложных функций

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial r} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J]^{-1}\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}, \quad i = 1,2\ldots8 \qquad (8)$$

где $[J] = \begin{bmatrix} \left\lfloor \dfrac{\partial N}{\partial \xi} \right\rfloor \\ \left\lfloor \dfrac{\partial N}{\partial \eta} \right\rfloor \end{bmatrix}_{2\times8} [\{r\} \quad \{z\}]_{8\times2}$.

Производные функции формы по ξ и η определены в работе [4].

В дискретном виде функционал (5) принимает вид

$$\Delta W = \iiint_V \Big(\{u\}^T[A_1]\{u\} + \{w\}^T[A_2]\{w\} + \{u\}^T[A_3]\{w\} + \{u\}^T[A_4]\{u^0\} + \{u\}^T[A_5]\{w^0\} + \{w\}^T[A_6]\{w^0\} + \{w\}^T[A_7]\{u^0\} + \{s\}^T[A_8]\{u\} + \{s\}^T[A_9]\{w\} + \{s^0\}^T[A_8]\{u\} + \{s^0\}^T[A_9]\{w\}\Big)dV, \quad (9)$$

где

$$[A_1] = G\left(\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor + \frac{1}{r^2}\lfloor N\rfloor^T\lfloor N\rfloor + \frac{1}{2}\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor\right);$$

$$[A_2] = G\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor + \frac{1}{2}\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor\right);$$

$$[A_3] = G\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor\right);$$

$$[A_4] = 2G\left(\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor + \frac{1}{r^2}\lfloor N\rfloor^T\lfloor N\rfloor + \frac{1}{2}\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor\right);$$

$$[A_5] = G\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor\right);$$

$$[A_6] = 2G\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor + \frac{1}{2}\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor\right);$$

$$[A_7] = G\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor\right);$$

$$[A_8] = \frac{G}{2}\left(\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor + \frac{1}{2r}\lfloor N\rfloor^T\lfloor N\rfloor\right);$$

$$[A_9] = \frac{G}{2}\left(\lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor\right),$$

Здесь и далее нижний индекс у функции формы означает частную производную.

Для минимизации функционала дифференцируем выражение (9) и получаем

$$\frac{\partial(\Delta W)}{\partial\{u\}} = \iiint_v (2[A_1]\{u\} + [A_3]\{w\} + [A_8]^T\{s\} + [A_5]\{w^0\} + [A_8]^T\{s^0\})dv = 0;$$

$$\frac{\partial(\Delta W)}{\partial\{w\}} = \iiint_v ([A_3]^T\{u\} + 2[A_2]\{w\} + [A_9]^T\{s\} + ; + [A_7]\{u^0\} + [A_6]\{w^0\} + [A_9]^T\{s^0\})d\nu = 0$$

$$\frac{\partial(\Delta W)}{\partial\{s\}} = \iiint_v \left([A_8]\ \{u\} + [A_9]\{w\}\right)\ dv = 0\cdot \quad (10)$$

Учитывая выражения (10) матрица жесткости элемента, описывающего упругое поведение резины, запишется в виде

$$[K_P] = 2\pi\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\begin{bmatrix} 2[A_1] & [A_3] & [A_8]^T \\ [A_3]^T & 2[A_2] & [A_9]^T \\ [A_8] & [A_9] & 0 \end{bmatrix} r\ \left|\det[J]\right| d\xi d\eta \quad (11)$$

Произведение $[H]\begin{Bmatrix}\{u^0\}\\ \{w^0\}\\ \{s^0\}\end{Bmatrix}$, где

$$[H] = 2\pi\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\begin{bmatrix} [A_4] & [A_5] & [A_8]^T \\ [A_7] & [A_6] & [A_9]^T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} r\ \left|\det[J]\right| d\xi d\eta,$$

позволяет учесть влияние деформации элемента определенной на предыдущем шаге деформирования.

Приведенные соотношения позволяют определить напряженно-деформированное состояние резиновых элементов после сборки, располагая которым можно приступить к рассмотрению алгоритма расчета при вторичном нагружении вызванным относительным поворотом звеньев.

При рассмотрении деформаций резины, связанных с вторичным нагружением крутящим моментом резинометаллического шарнирного соединения, функции перемещений u, w, v являются функциями координат r, z, θ, т.е. $u = 0$, $v = v(r,z)$, $w = 0$.

Приращение потенциальной энергии для δ- метода при вторичном нагружении крутящим моментом запишется в виде

$$\Delta W = \frac{1}{2}\iiint_V (\tau_{r\theta}\gamma_{r\theta} + \tau_{z\theta}\gamma_{z\theta})dV\cdot \quad (12)$$

Учитывая, что компоненты тензора напряжений определяются выражениями

$$\tau_{r\theta} = G\gamma_{r\theta};\ \tau_{z\theta} = G\gamma_{z\theta},$$

и соотношения меду деформациями и перемещениями, приращение потенциальной энергии запишется в виде

$$\Delta W = \frac{1}{2}G\iiint_V \left[v_r^2 - 2v\frac{v}{r} + \frac{v^2}{r^2} + v_z^2\right]dV\cdot \quad (13)$$

В матричном виде выражение (13) перепишется в следующем виде

$$\Delta W = \iiint_V \left(\{v\}^T[A_1]\{v\}dV\right), \quad (14)$$

где

$$[A_1] = \frac{G}{2}\left(\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N_r\rfloor - \frac{2}{r}\lfloor N_r\rfloor^T\lfloor N\rfloor + \frac{1}{r^2}\lfloor N\rfloor^T\lfloor N\rfloor + \lfloor N_z\rfloor^T\lfloor N_z\rfloor\right)\cdot$$

Для минимизации функционала дифференцируем выражение (14) и получаем

$$\frac{\partial(\Delta W)}{\partial\{v\}} = \iiint_v \left(2[A_1]\{v\}\right)\ dv = 0\cdot \quad (15)$$

Таким образом, матрица жесткости резинового элемента при вторичном нагружении крутящим моментом запишется в виде

$$[K_P] = 2\pi\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} 2[A_1]\ r\ \left|\det[J]\right| d\xi d\eta\cdot \quad (16)$$

Изложенные выше соотношения положены в основу программного комплекса [5], который позволяет определить поле тензоров напряжений, деформаций и их инвариантов в теле резинового элемента резинометаллического пальца гусеницы при сборке и при вторичном нагружении крутящим моментом.

Следующим этапом является расчет напряженно-деформированного состояния резинометаллического пальца при действии растягивающего усилия в гусеничной цепи.

При рассмотрении деформирования резинового элемента, связанного с вторичным нагружением радиальной силой резинометаллического шарнирного соединения, функции перемещений u, w, v и функция гидростатического давления s являются функциями координат r, z, θ, т.е. $u = u(r,z,\theta)$, $v = v(r,z,\theta)$, $w = w(r,z,\theta)$, $s = s(r,z,\theta)$.

Поступая аналогичным образом, получаем выражения для приращения потенциальной энергии для δ - метода при вторичном нагружении радиальной силой, которое в окончательной форме имеет вид

$$
\begin{aligned}
\Delta W = \Delta W_0 + \frac{1}{2} G \iiint_V \Bigg[& 2u_r^2 + 2\frac{1}{r^2}\left(v_\theta + u\right)^2 + 2w_z^2 + \\
& + \left(\frac{1}{r}u_\theta + v_r - \frac{v}{r}\right)^2 + \left(u_z + w_r\right)^2 + \left(v_z + \frac{1}{r}w_\theta\right)^2 + \\
& + s\left(u_r + \frac{1}{r}v_\theta + \frac{u}{r} + w_z\right) + 4u_r u_r^0 + 4\frac{1}{r^2}v_\theta v_\theta^0 + 4\frac{u}{r^2}v_\theta^0 + \\
& + 4\frac{u^0}{r^2}v_\theta + 4\frac{uu^0}{r^2} + 4w_z w_z^0 + 2u_z u_z^0 + 2w_r u_z^0 + \\
& + 2u_z w_r^0 + 2w_r w_r^0 + 2\frac{1}{r^2}u_\theta u_\theta^0 + 2\frac{1}{r}v_r u_\theta^0 - \\
& - 2\frac{1}{r^2}v\, u_\theta^0 + 2\frac{1}{r}u_\theta v_r^0 + 2v_r v_r^0 - 2\frac{1}{r}v\, v_r^0 + \\
& + 2\frac{1}{r^2}v\, v^0 + 2v_z v_z^0 + 2\frac{1}{r}w_\theta v_z^0 + 2\frac{1}{r}v_z w_\theta^0 + \\
& + 2\frac{1}{r^2}w_\theta w_\theta^0 + s^0\left(u_r + \frac{1}{r}v_\theta + \frac{u}{r} + w_z\right)\Bigg] dV .
\end{aligned}
\quad (17)
$$

Для описания геометрической формы резинового элемента и аппроксимации перемещений при вторичном нагружении радиальной силой, используются трехмерные призматические изопараметрические элементы [3] состоящие из 20 узлов рисунок 3.

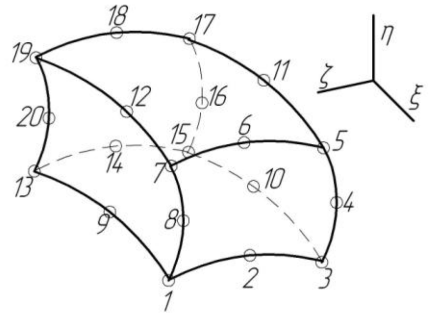


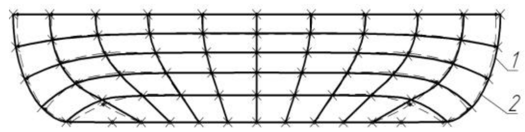
Рисунок 3 – Изопараметрический конечный элемент

Матрица жесткости элемента, описывающего упругое поведение резины и матрица, учитывающая влияние деформации элемента полученной на предыдущем этапе деформирования, определяется, как это было рассмотрено выше для расчета деформирования резинового элемента при сборке.

Приведенные соотношения позволяют определить напряженно-деформированное состояние резиновых элементов после вторичного нагружения радиальной силой. По предложенному алгоритму создана программа для ЭВМ [7].

Для проверки адекватности предложенного алгоритма были выполнены расчеты напряженно-деформированного состояния и определены механические характеристики для образцов с прямоугольным сечением резиновых элементов и результаты расчета сопоставлены с данными экспериментального исследования опытных образцов [8]. Так на рисунке 4 приведены картины распределения перемещений по сечению деформированного образца.

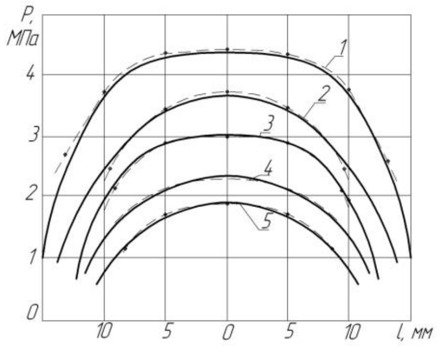
Анализ картины деформированного состояния (рисунок 4) построенной по экспериментальным данным и по данным расчета показал, что максимальные отклонения перемещения узлов в сетке не превышает 2,6% для степени обжатия 20…40%.



1 – данные расчета;
2 – данные эксперимента

Рисунок 4 – Распределение перемещений по сечению деформированного образца при степени обжатия $\lambda = 32{,}5\%$

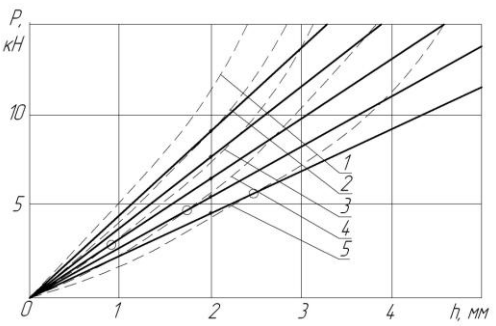
На рисунке 5 представлены эпюры удельных давлений на поверхности контакта резинового элемента и проушины при различных степенях запрессовки, полученные экспериментальным и расчетными путями.



1 – при степени обжатия $\lambda = 42{,}5\%$;
2 – при $\lambda = 37{,}5\%$; 3 – при $\lambda = 32{,}5\%$;
4 – при $\lambda = 27{,}5\%$; 5 – при $\lambda = 22{,}5\%$;
расчет; эксперимент

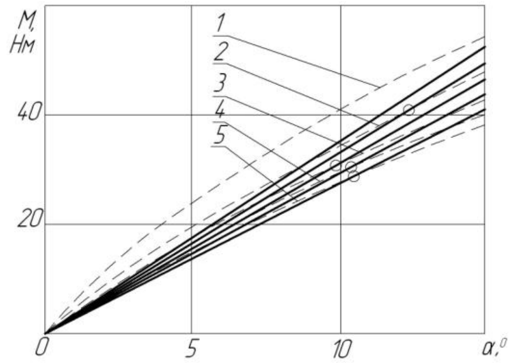
Рисунок 5 - Сопоставление эпюр распределения осредненных удельных давлений по длине резинового элемента

На рисунке 6 представлены характеристики радиальной жесткости, построенные по данным эксперимента и по данным расчета. В конструкциях РМШ сельскохозяйственных тракторов перемещение в радиальном направлении ограничено величиной радиального зазора между поверхностью проушины и поверхностью ограничителя, и в существующих конструкциях не превышает 0,4…0,7 мм. Поэтому, представленный алгоритм в рамках указанного диапазона радиальной деформации, позволяет достаточно точно определить радиальную жесткость резиновых элементов.



1 – при степени обжатия $\lambda = 42{,}5\%$;
2 – при $\lambda = 37{,}5\%$; 3 – при $\lambda = 32{,}5\%$;
4 – при $\lambda = 27{,}5\%$; 5 – при $\lambda = 22{,}5\%$;
расчет; эксперимент

Рисунок 6 - Сопоставление результатов расчета и экспериментальных данных по радиальной жесткости



1 – при степени обжатия $\lambda = 42{,}5\%$;
2 – при $\lambda = 37{,}5\%$; 3 – при $\lambda = 32{,}5\%$;
4 – при $\lambda = 27{,}5\%$; 5 – при $\lambda = 22{,}5\%$;
расчет; эксперимент

Рисунок 7 - Сопоставление результатов расчета и экспериментальных данных по угловой жесткости

На рисунке 7 представлены характеристики угловой жесткости резиновых элементов, построенные по результатам расчета и по данным эксперимента. Так как величина закручивания резиновых элементов в существующих конструкциях шарниров не превышает 8^0, то представленный алгоритм позволяет с достаточной точностью определять угловую жесткость резиновых элементов РМШ.

Предложенный в настоящей работе алгоритм позволяет выполнять расчет напряженно-деформированного состояния для резиновых элементов любой геометрической формы и благодаря пошаговому нагружению учитывать изменение граничных условий в процессе нагружения, т.е. учитывать наплыв резины на арматуру пальца или соприкосновение с поверхностью ограничителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дымников С.И., Лавендел Э.Э. Прикладные методы расчета изделий из высокоэластичных материалов/ Дымников С.И., Лавендел Э.Э. – Рига: Зинатне, 1980. – 238с.

2. Лавендэл Э.Э. Расчет резинотехнических изделий/ Лавендэл Э.Э. - М.: Машиностроение, 1976. – 232 с.

3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов/ Сегерлинд Л. - М.: Мир, 1979. – 392 с.

4. Коростелев С.А. Определение угловой жесткости РМШ гусеничного движителя комбинированного типа/ С.А. Коростелев, Д.Ю. Каширский // «Вестник КГТУ. Вып. 39. Серия транспорт», Крас-

ноярский государственный технический университет. - Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2005. - С. 217-222.

5. Коростелев С.А. Определение напряженно-деформированного состояния резиновых элементов резинометаллического шарнирного соединения гусеничного движителя после сборки (RMShSb)/ С.А. Коростелев// Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2006611128. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 6 мая 2006 г.

6. Определение механических характеристик резиновых элементов резинометаллических шарниров гусеничного движителя/ Д.Ю. Каширский, С.А. Коростелев. Деп. в ВИНИТИ 16.05.2006, № 663-В2006. – Барнаул, 2006. – 28 с.

7. Коростелев С.А. Определение механических характеристик резиновых элементов резинометаллического шарнира гусеничного движителя при статическом нагружении (RMSh)/ С.А. Коростелев// Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2006612761. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 6 мая 2006 г

8. Целищев В.А. Исследование оптимальных параметров цилиндрических резинометаллических шарниров гусениц сельскохозяйственных тракторов/ Целищев В.А.: дис. - Барнаул, 1974. – 208 с.

Коростелев С.А., *к.т.н., доцент кафедры «Автомобили и тракторы»,*
E-mail: korsan73@mail.ru;

Каширский Д.Ю.*, к.т.н., доцент кафедры «Организация и безопасность движения»,*
E-mail: dimka_kash@mail.ru;

Нечаев К.С.*, ст. преподаватель кафедры «Организация и безопасность движения», р.т. +7(3852) 29-08-09*

ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова»