

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗОТРОПНОГО ТРЕХКООРДИНАТНОГО ЭЛЕКТРОИНДУКЦИОННОГО СФЕРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

С.С. Колмогорова, С.В. Бирюков

В статье рассматривается изотропный трехкоординатный электроиндукционный датчик напряженности электростатического поля, а именно его конструкция, принцип работы и математическая модель, используемые для создания виртуального прибора.

**Ключевые слова:** электростатическое поле, метод трехкоординатных измерений, математическая модель, напряженность.

### Введение

Современные методы информационных технологий позволяют создать виртуальные приборы (в частности, модель датчика), обеспечивающих, без больших экономических затрат, разработать реальные конструкции датчиков. Наиболее оптимальным датчиком для измерения параметров электростатического поля (ЭП) авторы считают трехкоординатный электроиндукционный сферический датчик (ТЭСД) напряженности [1], а именно такой датчик, сигнал с которого инвариантен во всех направлениях [2]. Такой датчик будем называть изотропный ТЭСД (ИТЭСД). Дальнейшие исследования направлены на создание виртуального ИТЭСД.

### Конструкция датчика, принцип действия и метод измерения

Прежде чем создать виртуальную модель датчика, необходимо предварительно разработать его конструкцию и, соответственно, математическую модель. Датчик (ИТЭСД) напряженности электростатического поля (рисунок 1) состоит из полой проводящей сферы радиуса  $R$ , на поверхности которой расположены три пары диаметрально противоположных круглых окон. Каждая пара круглых окон расположена на соответствующих координатных осях  $X, Y, Z$  с радиусом  $r_{ок}$ . Внутри сферы расположен вращающийся на валу челнок. Ось вала или «ось датчика» проходит через центр сферы и располагается на равных угловых расстояниях от координатных осей круглых окон. На челноке изолировано друг от друга находятся три пары диаметрально противоположных проводящих сферических чувствительных элементов (ЧЭ)  $S_1-S_2, S_3-S_4$  и  $S_5-S_6$ , радиусы которых совпадают с радиусами окон  $r_{ок} = r_{ЧЭ}$  ( $H_1-H_2, H_3-H_4$  и  $H_5-H_6$ ). ЧЭ в общем случае выполняются в форме сферического сегмента, с внешним

угловым размером  $\theta_1$ , являющимся его конструктивным параметром.

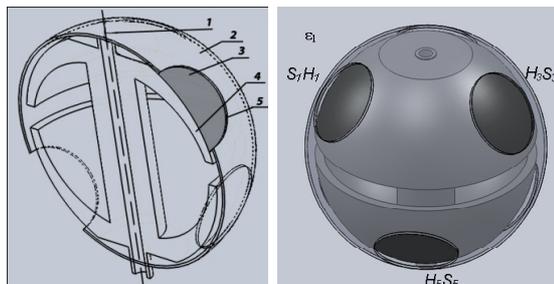


Рисунок 1 - Конструкция ИТЭСД: 1- ось датчика; 2- защитный кожух; 3-чувствительный элемент; 4- вращающийся челнок, на котором расположены чувствительные элементы; 5- круглые окна: а) разрез датчика б) общий вид датчика в момент совпадения ЧЭ и отверстий

ЧЭ располагаются по трем ортогональным осям  $X, Y, Z$  декартовой системы координат, начало которой совпадает с центром сферы. Благодаря сферической форме экранирующего корпуса и возможности перекрытия всех отверстий одинаковыми ЧЭ, укрепленными на одном валу, повышается точность измерения вектора напряженности электростатического поля [1].

В ИТЭСД реализован метод трехкоординатных измерений (МТИ) напряженности ЭП, который предполагает одновременное измерение трех составляющих вектора напряженности ЭП по координатным осям датчика.

Принцип действия датчика напряженности электростатического поля основывается на индукции электрических зарядов на ЧЭ с последующей их модуляцией путем вращения ЧЭ. Величина индуцированных зарядов определяется общим выражением [3]:

## РАЗДЕЛ I. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

$$Q(\beta) = k \cdot \varepsilon_1 \cdot S(\beta) \cdot E_{cp} \quad (1)$$

где  $k$  - коэффициент параметра взаимодействия датчика с источником поля;  $\varepsilon_1$  - диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится проводящая сфера;  $S(\beta)$  - изменение площади ЧЭ при вращении вала,  $\beta = \omega t$ ;  $\beta$  - изменение угла поворота ЧЭ во времени;  $E_{cp}$  - результирующая средняя поверхностная напряженность электростатического поля на ЧЭ. Следует отметить, что при повороте ЧЭ на некоторый пространственный угол  $\beta = \omega t$  стекает именно то количество заряда  $Q$ , которое на поверхности ЧЭ с углом  $\beta$  распределено в виде поверхностного заряда (или нормальной составляющей напряженности ЭП) на поверхности проводящей сферы.

### Математическая модель датчика

В основу математической модели положим изотропный трехкоординатный электроиндукционный сферический датчик. Получим математические соотношения, связывающие индуцированный заряд на ЧЭ датчика с ориентацией в пространстве, с изменением площади ЧЭ и с неоднородностью поля. Для этого сориентируем одну из координатных осей датчика по направлению электрического поля (например, по оси  $Z$ ) как изображено на рисунке 2. Найдем заряды на поверхностях диаметрально-противоположных сферических ЧЭ,  $S_5$  и  $S_6$ .

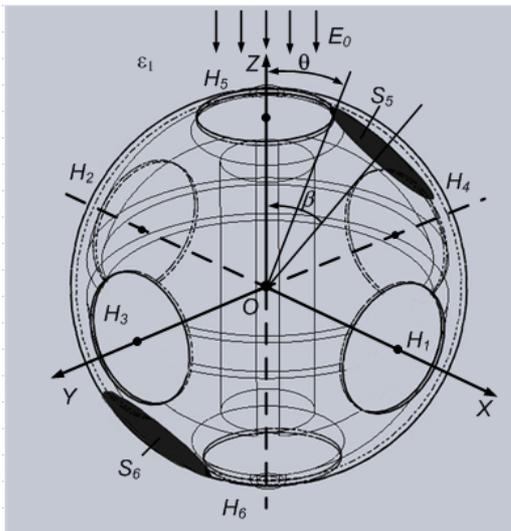


Рисунок 2 - Модель ИТЭСД с тремя парами отверстий ( $H_1$ - $H_6$ ) по осям  $X, Y, Z$  и модель вращающегося ЧЭ  $S_5$  и  $S_6$  относительно оси  $Z$  в момент времени  $t=0$

Известно, что при внесении проводящей изолированной сферы в ЭП на её поверхности будет существовать только нормальная составляющая напряженности поля  $E_r$ , опре-

деляемая параметрами поля, размерами сферы и параметрами материала сферы. Электрический заряд, который приобретет изолированная проводящая сфера при этом, определится выражением [4]

$$Q = \iint_S \sigma \cdot dS, \quad (2)$$

где  $\sigma = -\varepsilon_1 E_r$  - поверхностная плотность заряда;  $\varepsilon_1$  - диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится проводящая сфера;  $E_r$  - нормальная составляющая напряженности ЭП на поверхности сферы;  $S$  - площадь поверхности сферы;  $dS = R^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$  - элемент поверхности, выраженный в сферической системе координат;  $R$  - радиус сферы;  $\theta$  и  $\varphi$  - широтный и долготный углы сферической системы координат.

Подставив пределы интегрирования (2), получим изменение заряда:

$$Q_{zS5}(\beta) = \varepsilon_1 \cdot \int_{2 \text{Arc cos} \left( \frac{Tg(\frac{\beta}{2})}{Tg(\theta_1)} \right)}^{2\pi + 2 \text{Arc cos} \left( \frac{Tg(\frac{\beta}{2})}{Tg(\theta_1)} \right)} \int_{\beta}^{\theta_1} E_r \cdot R^2 \cdot \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3a)$$

$$Q_{zS6}(\beta) = \varepsilon_1 \cdot \int_{2 \text{Arc cos} \left( \frac{Tg(\frac{\pi + \beta}{2})}{Tg(\pi + \theta_1)} \right)}^{2\pi + 2 \text{Arc cos} \left( \frac{Tg(\frac{\pi + \beta}{2})}{Tg(\pi + \theta_1)} \right)} \int_{\pi + \theta_1}^{\pi - \beta} E_r \cdot R^2 \cdot \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (3b)$$

где  $\theta_1$  - конструктивный размер ЧЭ.

На основе вышесказанного и формул (1), (2) и (3) выведем обобщенную формулу:

$$E = K \cdot Q(\beta) \quad (4)$$

где  $K$  - коэффициент, учитывающий параметр среды, размер ЧЭ, неоднородность поля;  $Q(\beta)$  - изменение заряда при вращении ЧЭ, учитывающее неоднородность поля;  $E$  - напряженность измеряемого ЭП.

Поскольку напряженность поля линейно связана с зарядом (4), то все преобразования будем делать относительно заряда.

Согласно используемому методу МТИ, суммарный заряд, стекающий с ЧЭ по трем координатным осям определится геометрическим суммированием составляющих:  $Q_{X,Y,Z} = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2}$ , где  $Q_x = Q_{xS1} - Q_{xS2}$ ,  $Q_y = Q_{yS3} - Q_{yS4}$ ,  $Q_z = Q_{zS5} - Q_{zS6}$  - средние дифференциальные заряды, индуцирован-

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗОТРОПНОГО ТРЕХКООРДИНАТНОГО ЭЛЕКТРОИНДУКЦИОННОГО СФЕРИЧЕСКОГО ДАТЧИКА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

ные на диаметрально - противоположных ЧЭ, расположенных по координатным осям X, Y, Z.

**Результаты моделирования**

Математическое моделирование показало, что при одновременном пересечении график изменения дифференциального заряда на паре диаметрально-противоположных ЧЭ

- в однородном поле (рисунок 3)

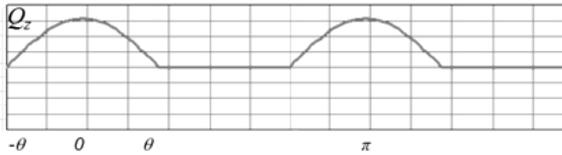


Рисунок 3 - Дифференциальный сигнал  $Q_z$  с пары ЧЭ S5 и S6 ИТЭСД в однородном поле

- в неоднородном поле точечного заряда (рисунок 4). Введем коэффициент неоднородности  $a$  ( $a=R/d$ , где R- радиус датчика; d- расстояние от центра датчика до источника поля). На рисунке 4 показан дифференциальный сигнал с датчика при различных коэффициентах неоднородности.

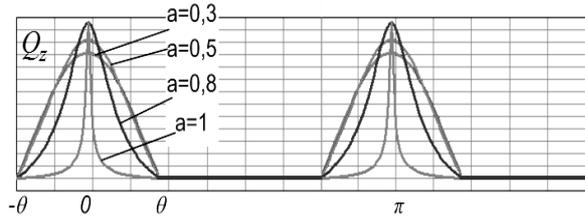


Рисунок 4 - Дифференциальный сигнал  $Q_z$  с пары ЧЭ S5 и S6 ИТЭСД в неоднородном поле

Выделим дифференциальный заряд на ЧЭ при определенных угловых положениях  $\beta$  относительно окна  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 22,5^\circ, 30^\circ, 40^\circ$  (рисунок 5) для различных показателей  $a$  и одновременно сравним с результатами в однородном поле (рисунок 6).

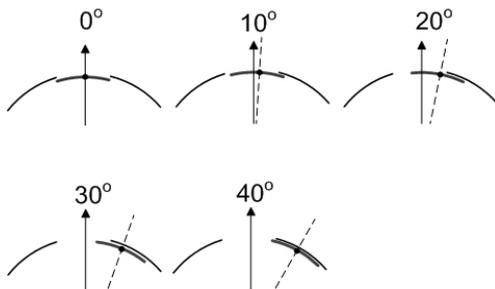


Рисунок 5 - Схематичное расположение ЧЭ относительно окна

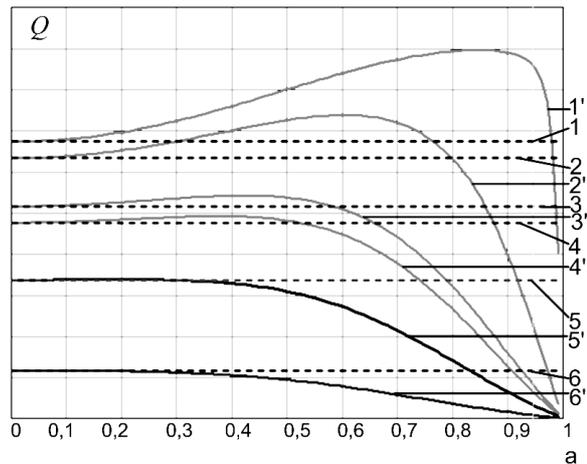


Рисунок 6 - График изменения заряда на ЧЭ от коэффициента неоднородности  $a$ . Линии 1,2,3,4,5,6- изменение заряда в однородном поле; 1', 2', 3', 4', 5', 6'- в неоднородном поле

Из рисунка 6 видно, что отклонение выходного сигнала с датчика в зависимости от угла поворота ЧЭ в неоднородном поле от сигнала в однородном поле при аналогичных углах, наименьшее в диапазоне  $20^\circ-30^\circ$  при коэффициенте неоднородности 0-0,65.

Эта особенность может быть реализована в конструкции датчика для уменьшения погрешности от неоднородности.

Для подтверждения правильности математического моделирования были созданы модели в специализированных программах. С помощью программных продуктов ELCUT и Ansoft Maxwell 3D, ANSYS Inc., базирующиеся на принципе МКЭ (метод конечных элементов) и точно рассчитывающих, в том числе, статические электрические поля, было произведено моделирование. Результаты, полученные на моделях и с помощью математического аппарата совпадают.

**Заключение**

В результате исследования была создана виртуальная модель измерителя напряженности электростатического поля в среде графического программирования LabVIEW фирмы National Instruments, которая реализует принципы построения ИТЭСД и предназначена для моделирования наглядного отображения работы измерительного прибора, с использованием трехкоординатного электроиндукционного сферического датчика в однородном и неоднородном электрических полях, а также проведение метрологического анализа полученных данных. Предполагается, что при подключении к персональному компьютеру реальной системы датчиков или датчика, через специализированные устройства ввода и вывода можно реализовать ре-

## РАЗДЕЛ I. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ СИНТЕЗА И АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

альный прибор с отображением полученных данных на мониторе.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранова, С. С. Расчет напряженности электрического поля сферическим датчиком / С. С. Баранова, С. В. Бирюков. «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП-2010 // Материалы X международной конференции – Новосибирск, 2010. Т.2. – С. 87–90.
2. Колмогорова, С.С. Изотропный электроиндукционный сферический датчик напряженности электростатического поля / С.С. Колмогорова, С.В. Бирюков. «Измерение. Контроль. Информатизация» ИКИ-2011 // Материалы 12-й международной научно-практической конференции – Барнаул, 2011. – С.105–108
3. Бирюков, С. В. Физические основы измерения параметров электрических полей: монография

- / С. В. Бирюков. – Омск: СибАДИ, 2008. – 112 с.
4. Миролюбов Н.Н. Методы расчёта электростатических полей /Н.Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М.Л. Левинштейн и др. – М.: Высшая школа, 1963. – 415 с., ил.
  5. Баранова, С.С. Вращающийся сферический датчик в постоянном электрическом поле / С. С. Баранова, С. В. Бирюков // Приборы. – Москва, 2009. – №9 (111). – С. 53–55.

*Аспирант С.С. Колмогорова тел. 8-913-976-02-26, e-mail: lightsun@mail.ru - Омский государственный технический университет, каф. Системы автоматизированного проектирования машин и технологических процессов. Д.т.н., проф. С.В. Бирюков – Омский государственный технический университет, каф. Системы автоматизированного проектирования машин и технологических процессов sbiryukov154@mail.ru.*

УДК 658.52.011.56

## АНАЛИЗ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНСТРУКТОРСКОГО И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Е.М. Плетнёва, М.И. Маркова, Н.С. Гарколь

Статья посвящена анализу автоматизированных систем для конструкторско-технологической подготовки производства, рассмотрены задачи конструкторского и технологического проектирования, которые они позволяют решать, выявлен ряд недостатков. Предлагается решение выявленных недостатков на примере фрезерной обработки.

**Ключевые слова:** автоматизация, оптимизация, проектирование, конструкторско-технологическая подготовка производства, технологический процесс.

Задачами автоматизации конструкторского и технологического проектирования является сокращение времени на подготовку рабочей документации, формирование технологического процесса, генерирование текста управляющей программы для станков с ЧПУ. Разработчики современных компьютерных систем утверждают, что внедрение комплекса программных продуктов CAD/CAM/CAE/PDM-систем позволяет полностью автоматизировать конструкторско-технологическую подготовку производства, помогает быстро реагировать на изменение спроса, в короткие сроки впускать новые виды продукции, быстро модернизировать выпускаемую продукцию, отслеживать жизненный цикл изделий, эффективно повышать качество изделий [1].

**Автоматизация конструкторского проектирования**

Основными объектами, с которыми оперирует конструктор, являются рабочие чертежи и трехмерные геометрические модели. САД-системы дают возможность подготовить параметрические чертежи деталей и построить их трехмерные модели. Кроме того, параметры модели могут являться исходными данными для автоматического создания технологии изготовления детали в САРР-системах, что существенно облегчает труд технолога.

Действительно, в области САД-систем разработчики достигли значительных успехов и сейчас их функциональные возможности не ограничиваются набором задач по образу и подобию кульмана. Современные САД-системы, такие как T-FLEX-CAD, SPRUT-CAD и др., имеют примерно одинаковые возможности и позволяют не только подготовить чертежи деталей, оформить их в соответ-