

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКТОВ ПРИ МЕХАНИЗИРОВАННЫХ ПРОЦЕССАХ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ МЯСА ГОВЯДИНЫ

Т.Т. Вольф

*В статье исследованы процессы деформирования мяса в неоднородных полях при измельчении ударным резанием. Установлено, что по реологической модели последовательного сочетания элементов Максвелла и Кельвина можно определить период релаксации и последствия в процессе деформирования мяса, позволяющие определить уровень деформации и коэффициент вязкости при измельчении мяса.*

*Ключевые слова:* деформирование мяса, коэффициент вязкости измельченного мяса.

Реологические исследования вещества в неоднородных полях принципиально не могут выявить истинные структурно-реологические свойства, так как нельзя установить области существования той или иной реологической структуры, а также измерить истинные значения параметров, определяющих вязкость и упругость этих структур. Исследования и измерения в однородных физических полях как в реологии, так и в областях знаний, опирающихся на экспериментальные исследования, например, в термодинамике, фундаментально изменяют философию метрологии, как раздела экспериментальной физики и как основу всех измерений в технике, биологии, медицине и подобных областях [1].

Исследования реологических свойств веществ, продуктов и материалов необходимо и возможно осуществлять испытаниями на сдвиг. Сдвиг является наиболее универсальным видом деформирования, так как он не изменяет объема испытываемого объекта, а следовательно, его не уплотняет; при сдвиге деформирование переходит в сдвиговое течение. Сдвиг всегда сопровождает все виды деформации, и, наконец, решение задачи, например, сжатие кубика можно свести к исследованию процессов сдвига по шести пирамидальным поверхностям.

В работе для описания реологических характеристик упругопластического тела (говядины) при сдвиге принята модель последовательного сочетания элементов Максвелла и Кельвина [2], так как в ней более четко прослеживается влияние явлений релаксации и последствий в процессе деформирования тела (рисунок 1):

$$\varepsilon = \theta_s / E_{MS} + \tau_1 \theta_s \eta_{1s} + \theta_s / E_{SK} (1 - \exp^{-\tau_1 / \tau_2}) \quad (1)$$

где  $\theta_s$  – напряжение сдвига, Па;

$E_s$  – модуль мгновенного деформирования тела, МПа;

$E_{SK}$  – модуль равновесной эластичности и последствий, МПа;

$\theta_s / E_s = \varepsilon_o$  – деформация мгновенно-эластичная, МПа;

$\tau_1 \theta_s \eta_s = \varepsilon_1$  – деформация релаксации, МПа;

$\theta_s / E_{SK} (1 - \exp^{-\tau_1 / \tau_2}) = \varepsilon_2$  – деформация упругого последствия, МПа;

$\eta_s$  – коэффициент реологической (ньютоновской) вязкости, МПа·с;

$\tau_1$  – период релаксации, сек;

$\tau_2$  – период последствия, сек.

Упругость тел характеризуется модулем упругости первого  $E$  (в Па) или второго  $G$  (в Па) рода соответственно при сжати-растяжении и сдвиге. Деформации определяются законом Гука [3,4].

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \varepsilon E \\ \theta &= \varepsilon G \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где  $\theta$  – напряжение сдвига), Па;

$\varepsilon$  – деформация, дол.ед.

Скорость деформации  $\varepsilon'$  из выражения  $\theta = \eta \varepsilon'$  равна [3]

$$\varepsilon' = \theta / \eta \quad \text{или} \quad \varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon}{t}, \quad (3)$$

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКТОВ ПРИ МЕХАНИЗИРОВАННЫХ ПРОЦЕССАХ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ МЯСА ГОВЯДИНЫ

где  $\eta$  – коэффициент истинной (ньютоновской) вязкости.

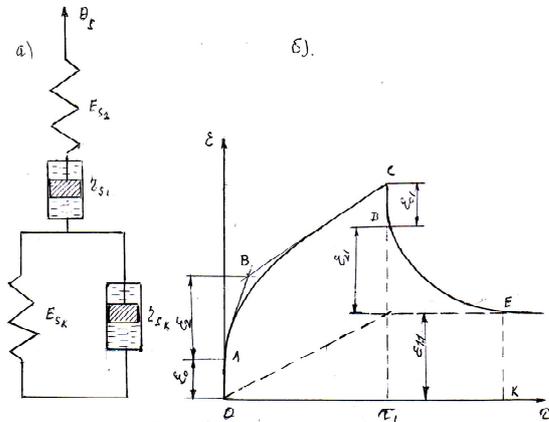


Рисунок 1 – Модель последовательного сочетания элементов Максвелла и Кельвина: а) схема модели б) диаграмма деформирования мяса: ОА – мгновенно-упругая деформация ( $\varepsilon_o$ ); ВС- упругой релаксации ( $\varepsilon_1$ ); А□В – упругого последействия ( $\varepsilon_2$ ); СД – снижение мгновенно упругой деформации ( $\varepsilon_{o,1}$ ) после снятия нагрузки; ДЕ – снижение упруго релаксационного последействия ( $\varepsilon_{2,1}$ ) после снятия нагрузки; ЕК – снижение упругой релаксации ( $\varepsilon_{1,1}$ )

Так как  $\varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{dt} = \theta_s / \eta_s$ , то время релаксации и последействия равно

$$dt = \frac{d\varepsilon \cdot \eta_s}{\theta_s}. \quad (4)$$

Поделив левую и правую часть выражения (4) на  $\varepsilon$  получим

$$\frac{dt}{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{\eta_s}{\theta_s} \quad \text{или} \quad dt = \ln \varepsilon \frac{\eta_s \varepsilon}{\theta_s}. \quad (5)$$

Тогда

$$t = \int_0^t e^{\eta_s \varepsilon / \theta_s} = \frac{1}{\eta_s / \theta_s} e^{\eta_s \varepsilon / \theta_s}. \quad (6)$$

При равновесном состоянии системы (1) значения  $\eta_s = \theta_s$  равны (так как сила действия  $\theta_s$  равна силе противодействия  $\eta_s$ ),

то выражение (6) преобразуется в выражение в виде  $t = e^\varepsilon$ . (7)

С учетом того, что  $\varepsilon = \theta_s / E_s$  выражение (7) можно преобразовать в виде, удобном в постоянном пользовании

$$t = e^{\theta_s / E_s}. \quad (8)$$

Доля времени, соответствующая периоду релаксации продукта в процессе его деформирования, равно  $\tau_1$  в выражении (1), а по участку ВС на графике (рисунок 1), можно определить из предположений Максвелла, что деформационные свойства тела, обладающего модулем упругости на сдвиг  $E_s$  и вязкостью  $\eta_{s1}$ , описывается уравнением

$$d\theta_s / dt = E_s (d\varepsilon / dt - \theta_s) R, \quad (9)$$

где R – постоянная, зависящая от природы тела; величина обратная R, характеризует скорость убывания упругих напряжений в теле. Эта константа названа Максвеллом периодом релаксации (рисунок 1, участок ВС).

При постоянном напряжении сдвига  $\theta_s = const$  выражение (9) примет вид

$$\theta_s = E_s R (d\varepsilon / dt). \quad (10)$$

Следовательно, под влиянием постоянного напряжения в теле Максвелла возникает пропорциональная ему скорость деформации. Величина  $E_s \theta_p$  играет в данном случае роль вязкости  $\eta_s$ . Изменение деформации  $\varepsilon$  во времени  $\tau_1$  будет протекать по уравнению

$$\varepsilon = \varepsilon_o + (\theta_s / \eta_{s1}) \tau_1, \quad (11)$$

составляющей левой части выражения (1).

Так как коэффициент  $\eta_{s1}$ , учитывающий скорость убывания упругих деформаций в теле (время релаксации – доля периода от времени деформирования  $t=1$ ), то можно составить равенство

$$\frac{1}{d\tau_1} = \frac{1}{dR/R} \quad \text{или} \quad \frac{1}{\ln R} = d\tau_1$$

$$\tau_1 = \frac{1}{e^{R-R}} dt = \frac{t}{e^1}, \quad (12)$$

при R принятой за единицу или

$$t = \frac{e^{\theta_s / E_s}}{e} \quad (13)$$

В основу расчета описания реологических характеристик при известном  $\tau_1$  принят метод измерения кинетики развития деформации сдвига  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  при постоянном заданном напряжении  $\theta_s$  и кинетика обратного спада деформации после мгновенной разгрузки (рисунок 1) [2].

Из измерений кинетических зависимостей деформаций определяются основные упруго-вязкостные характеристики материала.

1. Модуль мгновенной деформации

$$E_s = \theta_s / \varepsilon_o \quad (14)$$

определяется по величине условно-мгновенной деформации  $\varepsilon_o$ , измеренной в первые секунды после наложения нагрузки. Условно-мгновенная деформация  $\varepsilon_o$  почти не зависит от  $\theta_s$  до его значения, соответствующего разрушению структуры при данном режиме деформации. В расчетах  $\varepsilon_o$  принимается от 5 до 10 % [5].

2. Модуль упругой релаксации и последствия

$$E_{s1} = \theta_s / (\varepsilon_m - \varepsilon_o) \quad (15)$$

определяется из измерений предельной эластичной деформации с вычетом условно-мгновенной деформации.

3. Модуль равновесной эластичности

$$E_{sk} = E_s - \theta_s / \varepsilon_m \quad (16)$$

определяется по равновесному наибольшему значению мгновенной деформации, исчезающей после разгрузки.

4. Вязкость (эффетивная) упругого последствия  $\eta_{sk}$  определяется по наибольшей начальной скорости развития деформации с учетом наименьшей скорости деформации, соответствующей течению

$$\eta_{sk} = \frac{\theta_s}{(d\varepsilon/dt)_{\max} - (d\varepsilon/dt)_{\min}} \quad (17)$$

5. Истинная релаксационная (ньютоновская) вязкость  $\eta_s$ , вычисляется в условиях стационарного потока по наклону линейного участка кривой, (рисунок 1, участок BC):

$$\eta_s = \theta_s / (d\varepsilon/dt)_{\max} \quad (18)$$

Скорость деформирования

$$\varepsilon'_{\max} = \varepsilon_m / t_1, \quad (19)$$

$$\varepsilon'_{\min} = \varepsilon_m / t. \quad (20)$$

На основании полученных данных давления  $\theta$  при деформировании мяса в процессе его измельчения расчетным путем определены реологические характеристики обрабатываемого материала и их графические зависимости (рисунок 2, таблица 1).

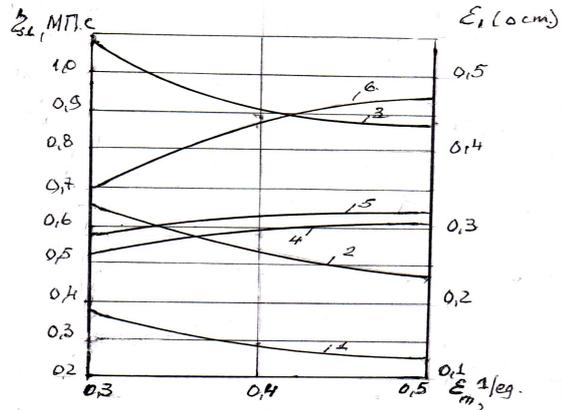


Рисунок 2 – Зависимости изменения коэффициента реологической (ньютоновской) вязкости  $\eta_s$  (1,2,3) и остаточной деформации  $\varepsilon_1$  (4,5,6) при измельчении говядины, различными режущими аппаратами: 1,4 – ударного резания СибНИТИПа ( $\theta_s = 0,088$  МПа); 2,5 – безопорного резания (куттер К-30К); 3,6 – скользящего резания (волчок МИМ-300)

Анализ данных графика рисунка 2 и таблицы 1 показывает, что изменение коэффициента – реологической (ньютоновской) вязкости в зависимости от уровня деформирования  $\varepsilon$ , а также от уровня возрастания давления  $\theta_s$  (различными режущими аппаратами) происходит по нисходящим зависимостям, а остаточная деформация, соответственно, по восходящим зависимостям, что вполне соответствует реальным условиям.

В условиях сложившейся методологии использования реометрии, как основания для построения теории технологических процессов и дальнейшего ее совершенствования, получила название инженерная реология [7].

По отношению к процессам механической переработки пищевых масс ощущается необходимость дальнейшего совершенствования этой теории.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОДУКТОВ  
ПРИ МЕХАНИЗИРОВАННЫХ ПРОЦЕССАХ ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ МЯСА ГОВЯДИНЫ**

Как отметил М.Рейнер, задачей реологии является установление связи между реологическими свойствами сложной системы и ее составных частей [4].

*Таблица 1 – Реологические характеристики*

Вид режущего	Напряжение, $\sigma$ , МПа	Модуль упругой релаксации и последствия $E_{s1}$ , МПа	Коэффициент вязкости истинной релаксации $\eta_s$ , МПас	Деформация, дол.ед.	
				истинная релаксация (остаточная) $\epsilon_1$ , дол.ед	упругого последствия $\epsilon_2$ дол.ед.
Ударного резания (СибНИП-ТИП)	0,088 $\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,3$	0,44	0,36	0,108	0,062
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,4$	0,29	0,297	0,148	0,046
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,5$	0,22	0,262	0,164	0,041
Безопорного действия (куттер К-30К)	0,159 $\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,3$	0,795	0,66	0,108	0,062
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,4$	0,530	0,537	0,148	0,046
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,5$	0,397	0,474	0,184	0,041
Скользящего резания (волчок МИМ-300)	0,459 $\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,3$	2,29	1,09	0,189	0,062
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,4$	1,53	0,905	0,253	0,046
	$\epsilon_o = 0,1$ $\epsilon_m = 0,5$	1.147	0,89	0,283	0,041

В этом плане математические положения по описанию реологических характеристик упругопластических материалов, изменение их при деформировании представляют определенную ценность при создании машин и разработке технологических процессов, связанных с изменением структуры перерабатываемого материала.

Изучая реологическую модель последовательного сочетания элементов Максвелла и Кельвина, в которой представилось возможным рассмотреть периоды релаксации и последствия материала в процессе его деформирования, удалось определить от-

дельно эти периоды в виде экспоненциальных зависимостей через параметры напряжения, модуля упругости и уровня деформации [8].

**Заключение**

Реологическая модель последовательного сочетания элементов деформации Максвелла и Кельвина позволяет по напряжению и модулю упругости, полученным экспериментально, определить периоды релаксации и последствия, а также другие реологические характеристики процесса деформирования мяса при его измельчении.

ВОЛЬФ Т.Т.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гораздовский, Г.Я. Реологические методы контроля качества и исследований в технологии переработки продуктов питания / Новые методы контроля технологических процессов и качества продукции. Сборник научных трудов СибНИПТИПа / Г.Я. Гораздовский. – Новосибирск, 1991. – 157 с.
2. Поверхностные явления и поверхностные активные вещества / Справочник под ред. докт. техн. наук А.А.Абрамзона и докт. физ.-мат. наук Е.Д.Щукина. – Л.: Химия, 1984. – 392 с.
3. Горбатов, А.В. Реология мясных и молочных продуктов/ А.В. Горбатов. – М.: ЦНИИТЭИ Минмясомолпрома СССР, 1968. – 40 с.
4. Рейнер, М. Реология; пер.с англ / М. Рейнер; Под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Наука, 1965. – 224 с.
5. Шестяреков, С.А. Механическая модель деформирования и разрушения кости при измельчении / С.А. Шестяреков, М.В. Юмашев, Т.В. Чиж-

кова // Мясная индустрия СССР, 1983. – № 7. – С. 31–32.

6. Вольф, Т.Т. Установка для измельчения кости / Т.Т. Вольф // Мясная индустрия, № 2. – 2001. – С. 24 – 26.

7. Косой, В.Д., Виноградов Я.И., Малышев А.Д. Инженерная реология биологических сред / В.Д. Косой, Я.И. Виноградов, А.Д. Малышев. – СПб.: ГИОРД, 2005. – 643 с.

8. Реология. Теория и приложение; Под ред. Ю.Н. Работнова, П.А. Ребиндера. – М.: Иностранная литература, 1962. – 824 с.

**Вольф Т.Т.**, к.т.н., засл. работник пищевой индустрии РФ, вед. науч. сотрудник лаборатории технологии мяса и мясных продуктов, Государственное научное учреждение Сибирский научно-исследовательский институт переработки сельскохозяйственной продукции, тел. 8(3852) 348-56-33, E-mail: GNU\_IP@ngs.ru