

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Е.О. Мартко

Предложен подход к моделированию электрической нагрузки на вероятностной основе. В качестве метода моделирования взят сингулярный спектральный анализ. В статье приведены его алгоритм и основные возможности. В качестве практического примера произведено прогнозирование энергопотребления, осуществлено сравнение результатов прогнозирования. Даны рекомендации по применению метода спектрального сингулярного анализа для моделирования и прогнозирования энергопотребления.

Ключевые слова: сингулярный спектральный анализ, алгоритм, параметры алгоритма, электрическая нагрузка, моделирование.

Во многих производствах внезапный выход из строя двигателя может привести к непоправимым последствиям. На основании многочисленных исследований характера повреждений двигателей переменного тока были получены следующие статистические данные:

- повреждения элементов подшипников – 40%;
- повреждения элементов статора – 38%;
- другие повреждения – 12%;
- повреждения элементов ротора – 10%.

Стоит отметить также, что эксплуатация находящихся в неудовлетворительном техническом состоянии электродвигателей (ЭД) приводит не только к прямым финансовым потерям, связанным с непрогнозируемым выходом из строя оборудования и дальнейшим нарушением технологического процесса, но и значительным (до 5–7%) косвенным непродуктивным затратам электроэнергии, которые обусловлены повышенным электропотреблением (при той же полезной мощности). Поэтому возникает необходимость диагностики состояния двигателя в процессе его работы.

Поведение электрической нагрузки во времени является важной информацией в энергетике, как на этапе проектирования систем электроснабжения, так и эксплуатируемых электрических сетей, например для расчета потерь электроэнергии, определения напряжения в узловых точках сети.

Для наиболее полного и точного решения задач связанных с проектированием, моделированием работы электроустановок, необходимо определять все входные факторы, начиная от климатических и заканчивая электрическими, влияющие на выходные параметры электроустановок от остаточного ресурса до электромагнитного поля вокруг нее с

наибольшей точностью. Методы расчета выходных параметров могут разрабатываться безотносительно к внешним воздействиям [1, 2], но взаимосвязь внешних воздействий на компоненты системы должны быть установлены заранее, когда еще не известны конкретные конструктивные решения электроустановки.

Моделирование электрической нагрузки имеет наибольшее значение как для отдельных потребителей электроэнергии, так исследования, проведенные в Алтайском крае и других областях, показали, на предприятиях сельского хозяйства срок службы ЭД значительно меньше положенного срока работы (для двигателей порядка 5 лет). Одной из причин является низкий коэффициент использования, который в свою очередь и связан с неравномерным распределением электрической нагрузки во времени.

Моделирование и прогнозирование электрических нагрузок может выступать самостоятельной задачей, например, для оптимизации затрат на оптовом рынке электрической энергии. Поскольку электрическая нагрузка одновременно обладает явно выраженным случайным характером и возможной повторяемостью во времени, то в качестве метода моделирования был выбран Singular Spectrum Analysis (SSA) или анализ сингулярного спектра (АСС). Ссылки на основную литературу по методу можно найти в работах [3 - 8].

Возникший из теории динамических систем еще в 70х-80х годах прошлого столетия, метод значительно расширился, появились различные его обобщения, анализ изображений. Так же появились примеры его применения в широком круге областей: гидрологии, медицине, геофизике, экономике и пр.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Несмотря на то, что визуальный способ идентификации в настоящее время является достаточно гибким, очень часто возникает необходимость в автоматизации процесса выделения компонент ряда, даже с потерей качества. Вследствие чего одним из наиболее распространенных направлений развития метода считается автоматизация процедуры идентификации (группировки) [6,8].

Основная идея метода состоит в представлении временного ряда в виде последовательности векторов достаточно большой размерности с дальнейшим анализом линейной структуры их совокупности как реализации многомерной случайной величины с помощью метода главных компонент (ГК) [9].

Фактически в итоге данный анализ дает разложение исходной функции, порождающей временной ряд, в аналог ряда Фурье по базису, порожденному самой функцией [3-10]. В случае вырожденности системы многомерных векторов можно утверждать о существовании внутренних линейных связей между значениями процесса, что формально выражено в том, что временной ряд удовлетворяет линейному разностному уравнению с постоянными коэффициентами. Данное представление позволяет естественным образом строить прогноз исходного ряда и анализировать многомерные временные ряды. Данный метод дает результаты достаточно близкие к результатам гармонического анализа Фурье для временных рядов, полученных из периодических функций. В случае рассмотрения достаточно длинных рядов со случайной составляющей метод ведет себя аналогично линейному согласованному фильтру, настроенному на стохастическую структуру исходного ряда и позволяет выделять медленные тренды и обнаруживать изменения внутренней структуры исходного процесса. Таким образом, электрическая нагрузка может быть в виде суммы полиномиальных, экспоненциальных и периодических составляющих на фоне шума.

Отсутствие требования априорного знания модели ряда является одним из неоспоримых достоинств выбранного метода, что практически не влияет на качество полученных результатов. Метод АСС позволяет работать с модулированными гармониками, в отличие от методов, основанных на методе Фурье. Ниже представлен алгоритм АСС, разбитый на шаги для наибольшей наглядности: вложение, сингулярное разложение, группировка и диагональное усреднение (восстановление). Стоит отметить, что достаточно часто появляется возможность выделить отдельные аддитивные компоненты исходного ряда, данными компонентами

являются не только различные колебательные движения, но и такие важные для нас компоненты, как шум и тренд (гладкая, медленно меняющаяся часть ряда).

Вложение и сингулярное разложение в совокупности называются разложением. Группировка и диагональное усреднение – восстановлением. Основным параметром данного алгоритма служит, так называемая, длина окна L причем $1 < L < N$. Результатом алгоритма является разбиение временного ряда на аддитивные составляющие.

Таким образом, рассмотрим временной ряд $\{a_i\}_{i=1}^N$, образованный последовательностью N равноотстоящих значений некоторой случайной функции $f(t)$:

$$a_i = f[i] = f((i-1)\Delta t),$$

где $i=1, 2, \dots, N$.

1. Развертка одномерного ряда в многомерный

Пусть выбрано некоторое число $L < N$, называемое длиной окна, данный параметр будет пояснен ниже.

Поскольку, основным моментом данного шага является вложение, состоящее в формировании так называемой траекторной матрицы A . Размер данной матрицы $-L \times k$, где $k = N - L + 1$ (N – длина самого ряда), таким образом, для построения последовательно возьмем отрезки

Длины L , а точнее: первые L значения последовательности f используем в качестве первой строки матрицы A , а в качестве второй строки – значения последовательности с a_2 по a_{L+1} . При построении последней строки матрицы воспользуемся последними (оставшимися) L элементами последовательности: $a_{k1}, a_{k+1}, \dots, a_N$:

$$A = (a_{ij})_{i=1}^{kL} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_L \\ a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_{L+1} \\ a_3 & a_4 & a_5 & \dots & a_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_k & a_{k+1} & a_{k+2} & \dots & a_N \end{pmatrix} \quad (1)$$

Матрицу, элементы которой равны $a_{ij}=a_{i+j-1}$, можно рассматривать как L -мерную выборку объема k , либо L -мерный временной ряд. Данному ряду будет соответствовать L -мерная ломаная в L -мерном пространстве из $k-1$ звена, или иначе, траектория.

В прикладной математике традиционным видом является "строка - индивид столбец - признак". Поэтому следует отметить, что матрица A в (1) записана в традиционном виде, поскольку при изложении теоретических

аспектов сопоставление индивид – столбец является наиболее удобным.

Дальнейшим шагом алгоритма является анализ главных компонент (АГК). На классической схеме АГК мы остановимся более подробно после приведения алгоритма.

2. Анализ главных компонент: сингулярное разложение выборочной корреляционной матрицы

Результат данного шага – сингулярное разложение матрицы.

Первоначально вычисляются средние арифметические значения и стандартные отклонения по столбцам матрицы A

$$\bar{a}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k a_{i+j-1} \quad (2)$$

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (a_{i+j-1} - \bar{a}_j)^2}$$

Данные величины имеют смысл стандарта с прямоугольным окном ширины k и скользящего среднего.

Матрицу, полученную из A в результате центрирования по столбцам и нормирования на стандарты s_j , обозначим через $A^* = (a_{ij}^*)_{i,j=1}^{k,L}$, получим:

$$a_{ij}^* = \frac{a_{ij} - \bar{a}_j}{s_j} \quad i = 1, \dots, k, j = 1, \dots, L. \quad (3)$$

Отметим, что операция вычитания выборочных средних (центрирование) и деления на выборочные стандарты (нормирование) не являются обязательными. Отсутствие обеих операций, либо одной из них не является ошибкой.

Представление геометрического смысла для различных шагов алгоритма позволит более наглядно понять процесс его работы. Используем следующие обозначения:

- L -мерное пространство – строки B_L матрицы A ;
- k -мерное пространство – столбцы B_k матрицы A .

Наиболее частой является трактовка матрицы A как множество из k L -мерных точек в пространстве B_L , и как набор из L k -мерных векторов в пространстве B_k .

При рассмотрении пространства B_L :

- параллельный перенос начала координат в центр тяжести множества точек соответствует операции центрирования в пространстве;
- операция нормирования соответствует изменению масштабов по всем осям координат таким образом, что величина рассеяния

стала равной единице. Величина рассеяния характеризуется в свою очередь величиной выборочной дисперсии.

При рассмотрении пространства B_k :

- соответственно, проектирование исходного множества векторов на подпространство, ортогональное вектору l_k , состоящему из k единиц.
- приведение всех L векторов к единичной длине.

Вычисляется матрица

$$M = \frac{1}{k} A^* (A^*)^T \quad (4)$$

Если элементы A^* вычисляются по формуле (3), то матрица M является выборочной корреляционной матрицей с элементами

$$m_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \frac{1}{s_i s_j} (a_{t+i-1} - \bar{a}_i)(a_{t+j-1} - \bar{a}_j)$$

Стоит заметить, что элементы выборочной корреляционной матрицы – это косинусы углов между векторами, которые были получены вследствие центрирования в пространстве B_k .

Дальнейшим этапом в АГК является сингулярное разложение (вычисление собственных чисел и собственных векторов матрицы M):

$$M = R \Lambda R^T,$$

где диагональная матрица собственных чисел:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_L \end{pmatrix} \quad (5)$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ – упорядоченные ненулевые собственные числа матрицы RR^T ;

ортогональная матрица собственных векторов матрицы M :

$$R = (r_1, r_2, \dots, r_L) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{21} & \dots & r_{L1} \\ r_{12} & r_{22} & \dots & r_{L2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1L} & r_{2L} & \dots & r_{LL} \end{pmatrix}$$

Отметим, что в данном случае выполняются следующие соотношения:

$$R^T = R^{-1};$$

$$R^T R = R R^T = I_L,$$

$$A = R^T M R,$$

$$\sum_{i=1}^L \lambda_i = L,$$

$$\prod_{i=1}^L \lambda_i = \det M.$$

Поскольку матрицы A и R совместно имеют множество интерпретаций, которые

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

основаны на АГК, существует возможность рассмотрения матрицы M как матрицу перехода к ГК.

$$A^*R=B = \{b_1, b_2, \dots, b_L\}. \quad (6)$$

Собственные числа матрицы M – выборочные дисперсии соответствующих ГК в случае изучения выборки из случайной совокупности, а квадратные корни из них – выборочные стандарты.

В АГК классически используется графическое представление собственных чисел, а также некоторых функций от них, с целью выделения структуры исследуемой совокупности, отбора и интерпретации ГК. Происходит это по той причине, что выборочные стандарты допускают геометрическую интерпретацию, поскольку пропорциональны длинам полуосей эллипсоида рассеяния, описываемого матрицей M .

Например, при умножении всех собственных чисел на $\frac{100\%}{L}$, что следует из приведенного тождества

$$\sum_{j=1}^L \lambda_j = L$$

получаются доли дисперсии в процентах.

При интерпретации отдельных ГК данные дисперсии, по аналогии с факторным анализом, используются как доли общей информации, а для интерпретации групп главных компонент часто используют также накопленные доли дисперсии.

Если принимать верным предположение о том, что любой отрезок ряда длины $s = \min(L, k)$ несет всю основную информацию о структуре изучаемого процесса (т.н. стационарности в изучаемой последовательности a_1, \dots, a_N), то в корреляционной матрице R по диагоналям будут стоять достаточно близкие числа, т.е. она почти диагонального вида. В этом случае можно усреднить матрицу M по диагоналям и получить отрезок длины L оценки автокорреляционной функции $m(\tau)$:

$$m(\tau) = \frac{1}{L - \tau} \sum_{j=1}^{L-\tau} m_{j, j+\tau} \quad \tau = 1, \dots, L,$$

$$m(0) = 1.$$

3. Отбор главных компонент

Если пронормировать значения ГК на выборочные стандарты (при $\lambda_L \neq 0$)

$$B^* = B \Lambda^{-1/2} = (b_1^*, b_2^*, \dots, b_L^*),$$

то сразу становится понятно и видно, что ГК – ортонормированны:

$$B^* B^* = I_L.$$

Таким образом, было получено разложение исходного L -мерного процесса на естественные ортогональные компоненты

Отметим, что практически всегда можно проинтерпретировать как собственный вектор r_j , так и соответствующий b_j .

Вектор b_j можно рассматривать как результат проектирования исходной L -мерной нормированной и центрированной совокупности на направление, которое определяется соответствующим собственным вектором r_j .

В то же время, преобразование

$$b_j = A^* r_j$$

очень близко к линейному преобразованию исходного процесса с помощью дискретного оператора свертки, т.е.

$$b_{1l}[l] = \sum_{q=1}^L A_{lq}^* \eta_q = \sum_{q=1}^L (\alpha_{l+q-1} - \bar{\alpha}_q) \frac{\eta_q}{s_q} =$$

$$= \sum_{q=1}^L \alpha_{l+q-1} \frac{\eta_q}{s_q} - \sum_{q=1}^L \bar{\alpha}_q \frac{\eta_q}{s_q}.$$

Следовательно, при процедуре сингулярного спектрального анализа появляется набор линейных фильтров, настроенных на составляющие исходного процесса. Причем в качестве переходных функций соответствующих фильтров выступают собственные векторы матрицы M , а при отсутствии нормировки в центрирования, в точности соответствуя переходным функциям линейных фильтров.

Полученные данные вследствие такой фильтрации дают много интересной информации не только о структуре изучаемого процесса, но и свойствах составляющих его слагаемых.

Известным фактом является то, что откладываемая по осям значения синусоид одной и той же частоты, но с разными фазами, на плоскости получим эллипс. Сдвиг фаз между собственными векторами и ГК обязательно будет равен $\pm \pi/2$, поскольку они ортогональны, а следовательно вместо эллипса получим окружность.

Пусть

$$\begin{cases} x(t) = a(t) \cos(w(t)t + \psi(t)) \\ y(t) = a(t) \sin(w(t)t + \psi(t)) \end{cases}$$

- пара таких функций с медленно изменяющимися: амплитудой, частотой и фазой,

рассматриваемые как декартовы координаты такой спирали с параметром t ,

$$\begin{cases} x(t) = r(t) \cos(\alpha(t)) \\ y(t) = r(t) \sin(\alpha(t)), \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} r(t) &= \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} = \omega(t)\omega(t) - \\ &= \arctan \frac{y(t)}{x(t)} = \psi(t)t + \varphi(t), \end{aligned}$$

Возьмём две последовательности с интервалом τ , точки этой спирали $(r(t), \alpha(t))$ и $(r(t + \tau), \alpha(t + \tau))$, и рассмотрим приращение полярного угла

$$\begin{aligned} \Delta\alpha(t) &= \alpha(t + \tau) - \alpha(t) = \\ &= \psi(t + \tau)(t + \tau) + \varphi(t + \tau) - \psi(t)t - \varphi(t) = \\ &= (\psi(t + \tau) - \psi(t))t + \psi(t)\tau + \varphi(t + \tau) - \varphi(t) = \\ &= (\psi'(t)\tau + \alpha(t))\tau + \psi'(t)\tau + \alpha(t). \end{aligned}$$

В том случае, если $\omega(t)$ и $\psi(t)$ действительно достаточно медленно меняющиеся функции такие, что $\omega^2(t)$ в $\psi^2(t)$ имеют порядок $O(\tau^2)$, то

$$\begin{aligned} \Delta\alpha(t) &\approx \omega(t)\tau = \frac{2\pi\tau}{T(t)}, \omega(t) \approx \\ &\approx \frac{\Delta\alpha(t)}{\tau} \approx \frac{2\pi\tau}{\Delta\alpha(t)}, \end{aligned}$$

Следовательно, при вычислении приращения полярного угла, возможно:

- оценить мгновенную частоту $\omega(t)$;
- мгновенный период $T(t)$ "гармонического колебания", который соответствует выбранной паре собственных векторов.

Нельзя не отметить возникающие при этом вычислительные проблемы:

- первой проблемой является скачком, близким к $\pm 2\pi$, который возникает при вычислении значений $\alpha(t)$, поскольку значения $\arctan \alpha(t)$ определяются лишь с точностью до 2π . Данную проблему можно решить алгоритмически.

- второй же проблемой является необходимость учёта частоты Найквиста, возникающей при равномерной дискретизации по времени. Частоты, близкие к частотам Найквиста визуально можно принять за биения, то есть колебания с частотой ω_N модулированные синусоидой меньшей частоты. Вследствие этого, нужно достаточно осторожно интерпретировать гармонические компоненты с частотами, получаемые при АСС. Причина еще и в том, что частоты, больше

$\omega_N = \frac{\pi}{\tau}$ оценить принципиально невозможно.

но.

4. Восстановление одномерного ряда

На последнем шаге алгоритма каждая матрица сгруппированного разложения переводится в новый ряд длины N .

Поскольку матрица R , как уже упоминалось ранее, ортогональна, то при умножении матрицы главных компонент B на R^T восстанавливается матрица A^* , причем получается разложение централизованной и нормированной матрицы A^* в сумму матриц A_i^* , каждая из которых, в свою очередь, порождена одним собственным вектором матрицы R .

$$\begin{aligned} A^* &= BR^T = (b_1, b_2, \dots, b_L) \begin{pmatrix} r_{11}^T \\ r_{21}^T \\ \vdots \\ r_{L1}^T \end{pmatrix} = \\ &= \sum_{i=1}^L b_i r_i^T = \sum_{i=1}^L A_i^* \end{aligned}$$

Затем при помощи умножения данной матрицы на диагональную матрицу S , которая состоит из выборочных стандартов, производится денормирование матрицы A^* , а далее и децентрализация, производимое при помощи добавления к элементам каждого столбца соответствующих выборочных средних:

$$A = \bar{\alpha} \bar{1}_L^T \mid A^* S = A_0 \mid \sum_{i=1}^L A_i^* S = \sum_{i=1}^L A_i^* S.$$

Результатом преобразований стала исходная матрица диагональной структуры в виде суммы $(L + 1)$ матриц. С тем чтобы перейти к исходному ряду можно осуществить усреднение по побочным диагоналям, произвести диагональное усреднение.

Пусть U – оператор усреднения:

$$\alpha = U(A) = \sum_{i=0}^L U(A_i^* S). \quad (7)$$

В итоге, разложение исходного временного ряда на сумму $(L + 1)$ рядов станет результатом.

Рассмотрим данное преобразование более подробно. Каждая матрица сгруппированного разложения на данном шаге алгоритма переводится в новый ряд длины N .

Пусть Y – матрица размера $L \times k$ с элементами y_{ij} , $1 \leq i \leq L, 1 \leq j \leq k$. Положим

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

$L^* = \min(L, k)$, $k^* = \max(L, k)$ и $N = L + k - 1$.

Пусть $z_{ij} = y_{ij}$, если $L < k$ и $z_{ij} = y_{ji}$ в остальных случаях.

Диагональное усреднение переводит матрицу Y в ряд (g_0, \dots, g_{N-1}) по формуле

$$g_c = \begin{cases} \frac{1}{c+1} \sum_{j=1}^{c+1} z_{j,c-j+2} & \text{для } 0 \leq c < L^* - 1, \\ \frac{1}{L^*} \sum_{j=1}^{L^*} z_{j,c-j+2} & \text{для } L^* - 1 \leq c < k^*, \\ \frac{1}{N-c} \sum_{j=c-k^*+2}^{N-k^*+1} z_{j,c-j+2} & \text{для } k^* \leq c < N. \end{cases}$$

Данное выражение соответствует усреднению элементов матрицы вдоль «диагоналей» $i + j = c + 2$ при:

$$\begin{aligned} - c = 0, & \quad g_0 = y_{11} \\ - c = 1, & \quad g_1 = \frac{(y_{12} + y_{21})}{2} \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

Применив диагональное усреднение к матрицам, которые были получены на этапе группировки, получаем разложение исходного ряда в сумму m рядов.

Нельзя упустить из вида тот факт, что эта процедура обладает свойством оптимальности: траекторная матрица \hat{Y} ряда, который был получен из некоторой матрицы Y при помощи диагонального усреднения, будет ближайшей к Y по матричной норме среди всевозможных траекторных матриц той же размерности. Причем интересным фактом является то, что в случае если исходная матрица является траекторной для некоторого временного ряда, например Q , то полученный в результате диагонального усреднения ряд будет совпадать с Q .

Отметим одну из важных особенностей этого метода АСС – интерактивность. Его интерактивность связана с типично статистическим свойством алгоритма – необходимостью интерпретации промежуточных результатов и управлением работой алгоритма в процессе многоэтапной процедуры обработки. Реализация алгоритма стала наиболее эффективной только благодаря возможностям современных ПК, поскольку использование диалога исследователя в процессе применения метода является неотъемлемым условием возможного успешного использования метода.

Используемые параметры.

При описании метода использовалось такое понятие, как длина окна L . Данный параметр является основным управляющим параметром метода.

Длина окна, если говорить об геометрической интерпретации, когда исследуется

траектория многомерной ломаной линии, в которую потом переводится исходный временной ряд, – это размерность пространства.

Следовательно условие $L < \frac{N}{2}$ – естественное условие, поскольку размерность множества s точек (вершин ломаной) в L -мерном пространстве не превосходит $\min(L, s-1)$.

Число степеней свободы функции $f(t)$ – величина z , а значит и соответствующего ей временного ряда. При $L < z$ у корреляционной матрицы окажется только z ненулевых собственных чисел.

В качестве исходных данных чаще всего используются числа с конечным, небольшим числом цифр, что соответствует наличию ошибок округления. Следствием данного факта является то, что вместо $L - z$ нулевых собственных чисел получаются маленькие собственные числа. При возникновении случая, когда часть собственных чисел стремится к нулю и при этом ее можно отделить от остальных, может иметь место гипотеза о детерминированной структуре временного ряда (в АГК отработаны приемы отсекания таких собственных чисел).

Причиной возникновения таких случаев является относительно небольшая длина временного ряда (в сравнении с длиной ряда рассматриваемого АСС), поэтому такая ситуация случается в очень редких случаях.

Длина временного ряда, рассматриваемого АСС, в общем случае, зависит от задачи, решаемой этим методом.

Существует несколько наиболее распространенных случаев:

- задача анализа исходного временного ряда для нахождения скрытой периодичности с неизвестными периодами. При решении данной задачи не стоит брать короткий временной ряд, поскольку может быть $z \gg L$.

Рекомендации следующие:

- сначала делается только вычисление собственных чисел при максимальной длине окна, которую допускает имеющаяся у исследователя программная реализация метода и оценивается z .

- затем полное исследование ряда проводится при длине окна L , равной или чуть большей оцененного z . Этот "запас" необходим, поскольку в данном методе в общем случае не выполняется правило АГК, что информативность главной компоненты пропорциональна величине соответствующего собственного числа. Бывают случаи, когда неко-

торые периодичности проявляются при весьма малых собственных числах.

- задача более узкого характера. Большая вероятность того, что сработает фильтрация АСС.

Как уже говорилось выше, когда выделяется ГК в L -мерном представлении исходного временного ряда эквивалентно пропусканию ряда через фильтр. Возникающая при переходе функция совпадет с собственным вектором этой компоненты, поскольку ширина полосы пропускания напрямую зависит от данной функции и определяется длиной окна L и видом собственного вектора, то чем больше L , тем уже может быть сделана полоса фильтра

Рекомендация следующая:

- для управления формой спектральной характеристики, следует выбрать несколько ГК, поскольку данный выбор эквивалентен параллельному соединению соответствующих фильтров.

Обязательно стоит отметить тот факт, что данный метод чрезвычайно устойчив относительно изменения длины окна. Следовательно, когда выбирается длина L , нужно ясно понимать, что резонансный эффект относительно данного параметра наиболее сильно проявляется не в количественном, а в качественном смысле.

Отбор главных компонент [3,4].

Следующим элементом, используемым при описании алгоритма является отбор ГК.

Заметим, существует два параллельных представления исходного ряда:

- ряд представлен в виде суммы слагаемых (7), которые не обязательно ортогональны;

- ряд представлен в виде траектории в M -мерном пространстве. Данное пространство в ортонормальном базисе ГК (собственных векторов корреляционной матрицы) будет разложено на ортогональные в совокупности компоненты.

Для данных представлений есть следующие наборы преобразуемых объектов:

- набор ГК M -мерного представления, которые аналогично соответствующим векторам, образуют ортогональную систему.

- собственные числа корреляционной матрицы M -мерного представления исходного одномерного ряда, которые интерпретируемы схоже с АГК.

- набор собственных векторов корреляционной матрицы, элементы которых можно изучать как временные ряды длины L (по-

скольку их элементы упорядочены оператором формирования (1)).

- различные восстановленные по разным множествам ГК временные ряды. Данные ряды получены путем последовательного применения оператора перехода от главных компонент к исходному L -мерному представлению и оператора U перехода от L -мерного к одномерному представлению временного ряда.

Следует разделить два крайних случая, где логика отбора несколько отличается:

- При $L \ll N$ ряд является длинным. В данном случае наиболее приемлемым является преобразование собственных векторов как переходных функций линейных фильтров, а ГК как результат их действия.

- При $L \sim N/2$ геометрический подход к интерпретации отдельных шагов и результатов применения метода является наиболее приемлемым, поскольку такой случай рассматривается уже как метод аппроксимации исходного временного ряда рядами конечного ранга.

- Для разрешения данного случая рекомендуем использовать поиск гармонических компонент исследуемого процесса. Выше рассматривалось, что каждому синусоидальному слагаемому ряда соответствуют две главные компоненты. Данные ГК имеют вид отрезков синуса и косинуса одной и той же частоты.

Покажем результаты использования сингулярного спектрального анализа для прогнозирования электропотребления для одной из точек поставки электрической энергии ОАО «Городская электрическая сеть г. Барнаула». Данные о почасовом потреблении электроэнергии приведены для января месяца 2009 года представлены на рисунке 1.

Как было показано выше наиболее важное значение, при применении метода АСС играет, длина окна.

Априорно мы знаем о циклическом изменении потребляемой электрической энергии в течении суток, поэтому для дальнейшего анализа были выбраны следующие длина окна и количество ГК:

- для варианта I - 12 (соответствует половине суточного цикла), 10;

- для варианта II - 24 (соответствует суточному циклу), 9;

- для варианта III - 48 (соответствует двум суткам), 9;

- для варианта IV - 168 (соответствует недельному циклу), 9.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

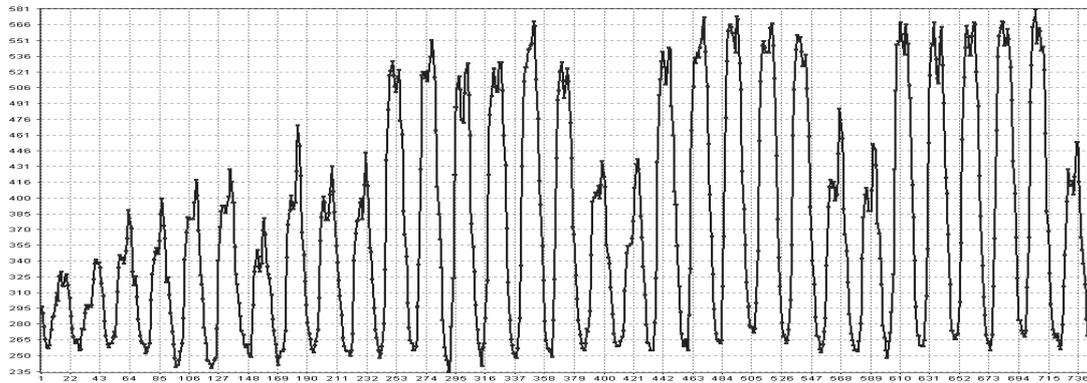


Рисунок 1 – Почасовое потребление электроэнергии за январь 2009 года

Согласно методу АСС было произведено разложение, восстановление, аппроксимация и прогнозирование электропотребления на

следующие сутки 01.02.2009, для выбранных вариантов. Результаты прогнозирования показаны на рисунке 2.

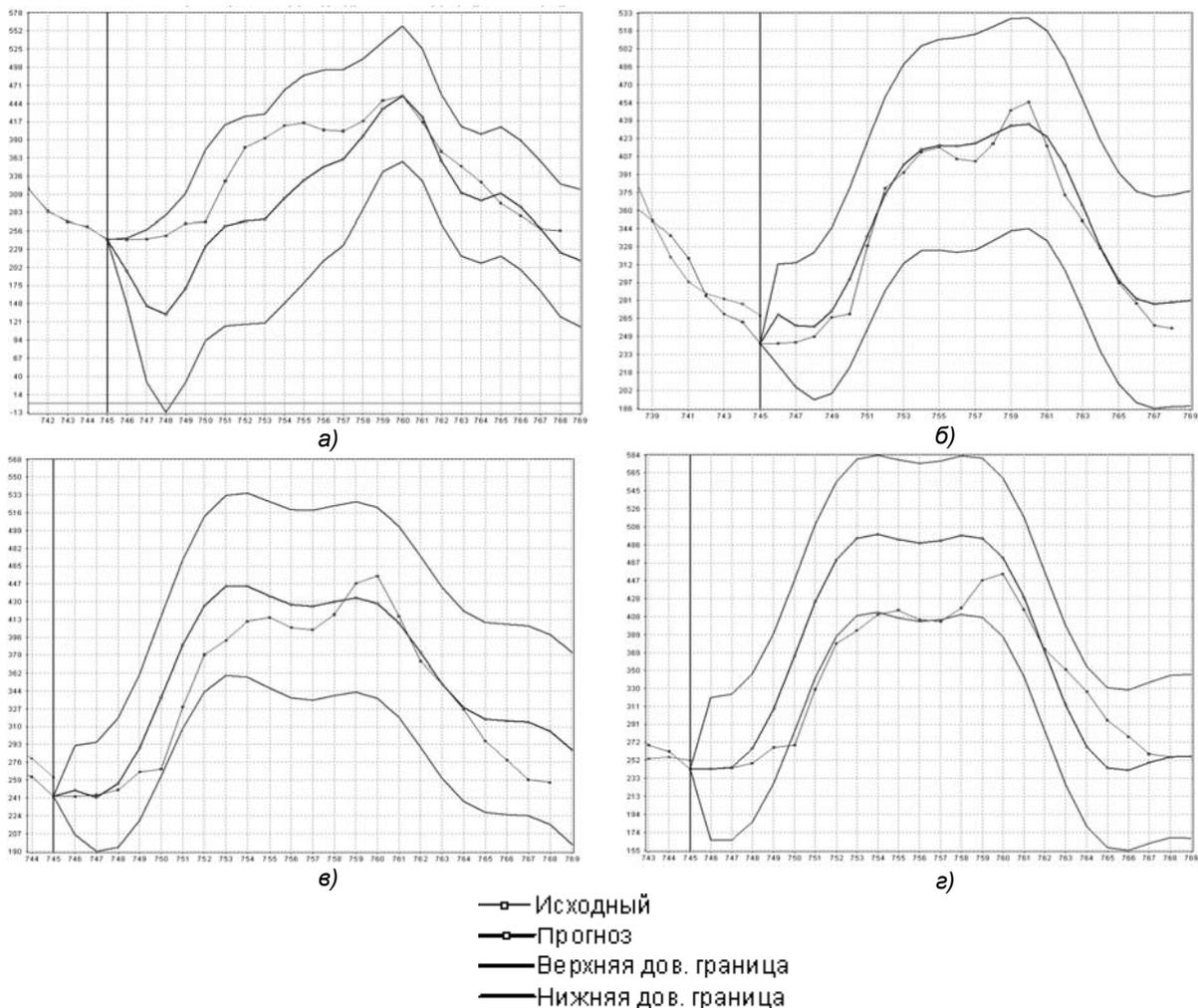


Рисунок 2 – Прогноз электропотребления: а) для варианта I; б) для варианта II; в) для варианта II; г) для варианта IV

Анализируя прогноз электропотребления с фактическим потреблением можно сделать вывод, что наиболее точным является прогноз с длиной окна равной 24, в этом случае средняя относительная погрешность составляет 3,22 %, и лежит по отдельным прогнозируемым часам в диапазоне от 0,1 % до 8,3 %.

Наихудшие результаты прогнозирования наблюдаются при длине окна 12 и 168, в этом

случае средняя погрешность превышает 15%, что не может считаться удовлетворительным результатом, однако даже такой прогноз находится в границах доверительного интервала.

На рисунках 3, 4 показаны дополнительные статистические графики, характеризующие восстановленный временной ряд при длине окна равной 24.

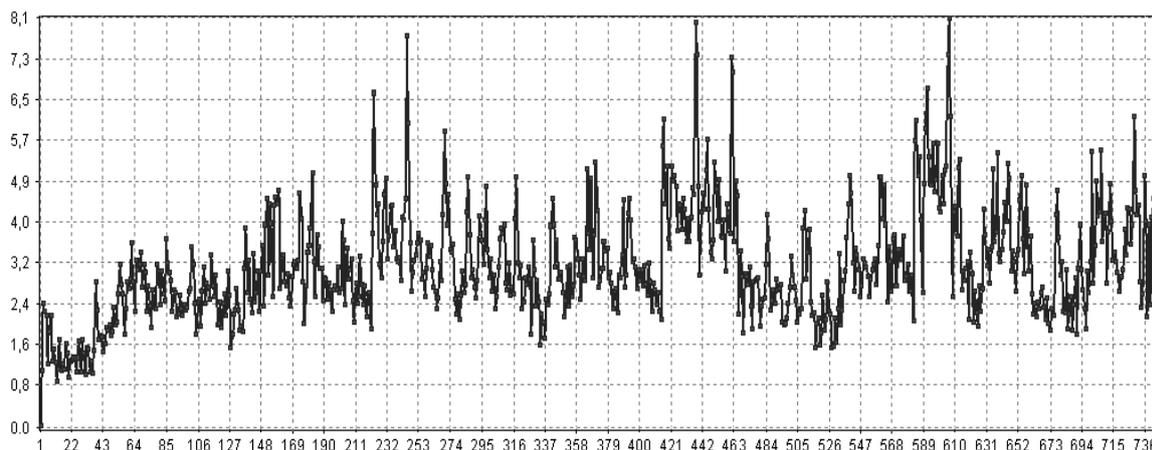


Рисунок 3– Абсолютные ошибки осреднения при восстановлении исходного ряда для варианта I

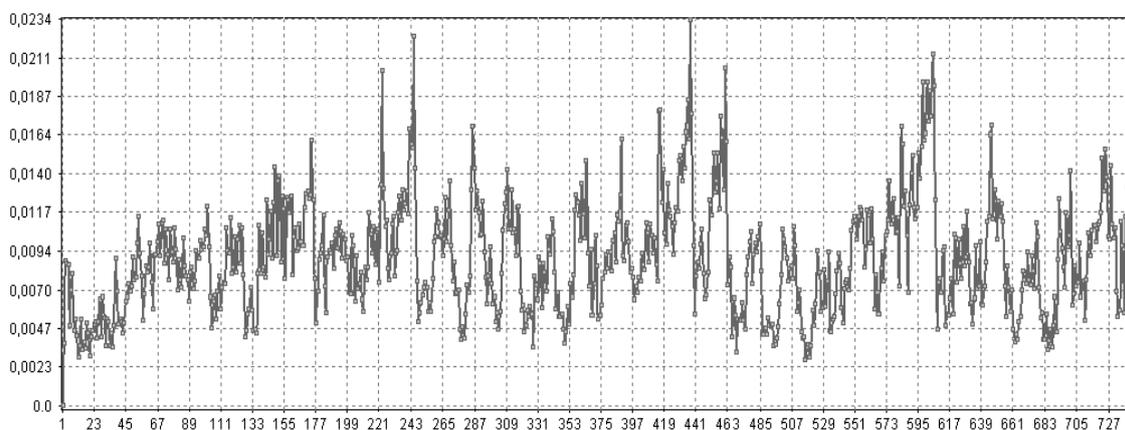


Рисунок 4 – Относительные ошибки осреднения при восстановлении исходного ряда для варианта I

На рисунках приведены абсолютные и относительные погрешности восстановленного ряда, из показанных данных на рисунках следует, что относительная погрешность при восстановлении исходного ряда при использовании первых девяти главных компонент не превышает 2,5 %.

Полученные данные позволяют говорить о том, что метод АСС может быть использован для моделирования и прогнозирования электропотребления. Следует отметить, что длина окна, при которой достигается, наи-

меньшая погрешность составляет 24, что соответствует суточному графику.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белицын, И.В. Метод расчета параметров эллиптических полей для выполнения требований нормативных документов/ Б.С. Компанец, Р.С. Старухин; Наука и молодежь 2007: Материалы IV всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2007. – С. 45-47.

2. Белицын, И.В. Перспективные методы расчета и моделирования, электромагнитных полей

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК №4/2 2010

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МЕТОДОМ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

установок высокого напряжения. Проблемы энергосбережения и экологии в промышленном и жилищно-коммунальном комплексах/ Р.С. Старухин, С.А. Урвачев; Сборник статей VII Международной научно - практической конференции. – Пенза, 2006. – С. 221-223.

3. Broomhead D.S., King G.P. Extracting qualitative dynamics from experimental data // *Physica D*, 1986. – P. 217-236.

4. Broomhead D.S., King G.P. On the qualitative analysis of experimental dynamical systems // *Nonlinear Phenomena and Chaos* / Ed. by S. Sarkar. Bristol: Adam Hilger, 1986. – P. 113-144.

5. Elsner J., Tsonis A. Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis. New York: Plenum Press, 1996. – 163 p.

6. Vautard R., Yiou P., Chil M. Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals // *Physica D*. 1992. – P. 95-126.

7. *Eisner J.B. and Tsonis A.A.* Singular

Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis. NewYorkandLondon: PlenumPress, 1996. – P.164

8. Бокс, Д. Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дженкинс Г. – М. : Наука, 1970. – 295с.

9. Мартко, Е.О. Алгоритм сингулярного спектрального анализа и его применения для моделирования электрических нагрузок/ О.И. Хомутов, И.В. Белицын;- Измерение, контроль и информатизация: материалы 10-й международной научно-технической конференции «ИКИ-2009». – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2009. – С. 195-201.

10. Мартко, Е.О. Сингулярный спектральный анализ как метод моделирования электрической нагрузки/ И.В. Белицын;- Ползуновский вестник. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ. 2009. - №4. – С. 76-86.

Мартко Е.О., аспирант каф. «Электроснабжение промышленных предприятий», АлтГТУ им. И.И. Ползунова, тел. 8(3852) 29-07-76.