УДК 62.2

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

В.С. Попович, Т.П. Савченко

Приведен алгоритм метода расчета. Представлены результаты обработки осциллограмм, полученных при тензометрировании коленчатого вала шестицилиндрового дизеля, приведен анализ напряженности элементов коленчатого вала при использовании данного метода.

Ключевые слова: коленчатый вал, двигатель.

Долговечность деталей машин в значительной мере определяется усталостной прочностью при использовании метода оценки несущей способности деталей по предельным состояниям многократного действия. Этот метод имеет вероятностный характер процесса нагружения и несущей способности материалов. В связи с этим основным средством рассмотрения вопросов прочности является теория вероятностей, а методом ее изучения – статистический метод. Ниже приводятся некоторые положения теории вероятностей и теории случайных процессов, используемые в задачах статистической динамики и прочности.

Вероятностные методы расчета неразрывно связаны с экспериментальным исследованием нагруженности деталей машин с последующим вероятностно-статистическим анализом полученных результатов.

Вероятностный анализ нагруженности деталей машин проводится с целью:

- оценки уровня нагруженности деталей,
- прогнозирования долговечности и определение коэффициентов запаса усталостной прочности,
- выявление закономерностей изменения нагруженности элементов вала в зависимости от различных эксплуатационных факторов (скоростного и нагрузочного режимов работы машин).

Экспериментальная установка для исследования динамических процессов на работающих двигателях приведена в [2]. Здесь же показаны схемы размещения тензорезисторов на элементах коленчатых валов, графики (копии осциллограмм) изменения напряжений для коренных и шатунных шеек, для щек, действующих в плоскости кривошипов и перпендикулярной плоскости. В качестве примера на рисунке 1 приведена копия осциллограммы для 7- й щеки коленчатого вала двигателя 6Ч 13/14.

Обработка осциллограмм изменения изгибающих и крутящих моментов, полученных при динамическом тензометрировании коленчатых валов двигателей размерностью 6Ч 13/14 и 4Ч 13/14 проводилась прибором, в котором автоматически размахи полосы осциллограмм, соответствующие экстремальным отклонениям анализируемых процессов, разделялись на 12 разрядов с равновеликими диапазонами изменения в пределах каждого разряда.

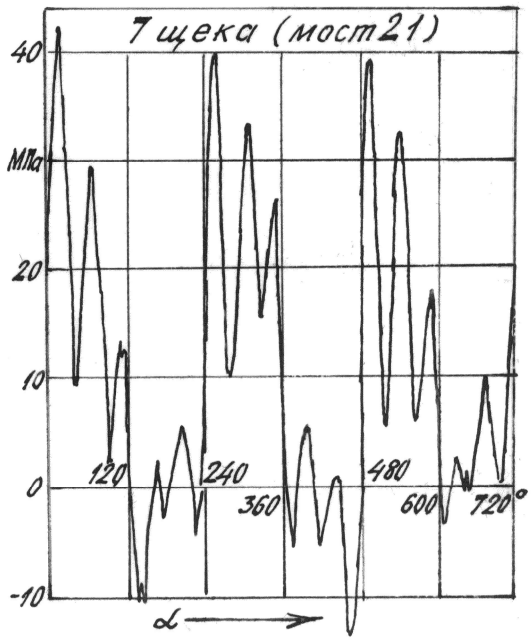

Рисунок 1 – Экспериментальный график изменения напряжения (осциллограммы) в 7 щеке коленчатого вала двигателя 6Ч 13/14
N_e = 127 кВт, n = 1700 мин$^{-1}$

Счетчики прибора регистрировали разрядную частоту пребывания графика осциллограммы в i-м разряде и одновременно позволяют определить общий объем частоты изменения кривой записанного процесса. Эти

данные необходимы для определения частости статистического распределения измеряемой величины по формуле

$$p_i = \frac{n_i}{n}, \qquad ((1)$$

где n_i - показания счетчика, регистрирующего протяженность кривой процесса на осциллограмме в пределах одного определенного разряда статистического распределения; $n = \sum_{i=1}^{12} n_i$ - сумма показаний всех счетчиков прибора.

Величина параметра c, соответствующая одному разряду, определяется из следующего соотношения

$$c = \frac{\mu \cdot a}{12}, \qquad ((2)$$

где μ - тарировочный масштаб записанного процесса, a - ширина полосы графика процесса на осциллограмме.

Моменты распределения являются обобщающими характеристиками случайных величин. Различают начальные, центральные и нормированные моменты распределения.

Первый начальный момент ряда распределения, определяющий его математическое ожидание, равен

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i n_i}{n}.$$

Значения последующих начальных моментов в зависимости от центрированной величины m_1 определяются:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - m_1)^k n_i}{n}. \qquad ((3)$$

Центральные моменты распределения определяются:

$$\mu_2 = m_2 - m_1^2,$$
$$\mu_3 = m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3, \qquad ((4)$$
$$\mu_4 = m_4 - 4m_3 m_1 + 6m_2 m_1^2 - 3m_1^4.$$

Непосредственно в единицах измерения записанного процесса второй центральный момент (дисперсия) определялся из выражения

$$\mu_2^* = c_2 \mu_2. \qquad ((5)$$

Положительное значение квадратного корня дисперсии характеризует рассеивание ряда распределения. Основное отклонение ряда вычислялось по формуле

$$S = \sqrt{\mu_2}, \qquad ((6)$$

или в единицах измерения

$$S^* = cS. \qquad ((7)$$

Третий и четвертый основные моменты распределения равны

$$r_3 = \frac{m_3 - 3m_2 m_1 + 2m_1^3}{S_3},$$
$$r_4 = \frac{m_4 - 4m_3 m_1 + 6m_2 m_1^2 - 3m_1^4}{S_4}. \qquad ((8)$$

Третий основной момент служит эмпирической мерой косости α (асимметрии) кривой распределения $\alpha = r_3$.

Эмпирическая мера крутости e (эксцесс) определяется выражением

$$e = r_4 - 3.$$

Основные ошибки асимметрии S_α и эксцесса S_e подсчитываются по формулам:

$$S_\alpha = \sqrt{\frac{6 \cdot 2}{n}}, \; S_e = 2S_\alpha. \qquad ((9)$$

Оценка соответствие эмпирического и теоретического (нормального) распределения производилась на основании следующего соотношения

$$\alpha \le 3S_\alpha, \; e \le 3S_e.$$

Оценка напряженности элементов коленчатого вала производилась на основании статистических характеристик – математического ожидания (среднего значения) m_1^* и среднего квадратичного отклонения S^*. Характер законов распределения изучался по гистограммам. Примеры гистограмм изменения изгибающих моментов, действующих на элементы коленчатого вала двигателей 6Ч 13/14, приведены в [2]. На рисунке 2 для приведенного экспериментального графика, представленного на рисунке 1, приведена гистограмма частот изменения напряжений и наложенное нормальное распределение с параметрами, приведенными на этом рисунке.

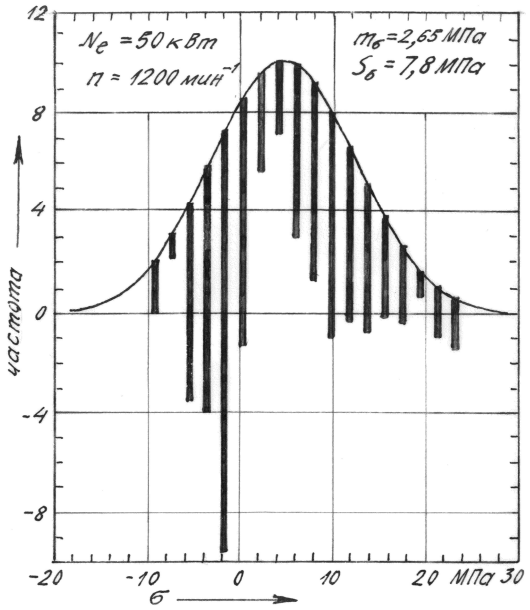

Рисунок 2 – Нормальное распределение и гистограмма частот изменения напряжений в 7 щеке коленчатого вала двигателя 6Ч 13/14 (наложение)

Кривые распределения изменения изгибающих и крутящих моментов в элементах вала в различных эксплуатационных условиях работы двигателей не соответствуют нормальному закону распределения. Это подтверждается величинами мер косости (асимметрии) α и крутости (эксцессом) e для кривых.

Пределы изменения этих величин составляют для α от - 1,22 до 2,56 и для e от 1,01 до 10,67. В то же время имеем $3S_\alpha$ = 0,46 ÷ 0,31 и $3S_e$ = 0,92 ÷ 0,62.

Теоретически такие кривые распределения могут быть описаны законом смещенного нормального распределения типа *А* Грама-Шарлье [1].

Формула кривой такого распределения имеет вид

$$f_A(x_i) = f(x_i) - \frac{r_3}{6} f^{(3)}(x_i) + \frac{r_4 - 3}{24} \qquad (10)$$

где $f(x_i)$ - функция плотности нормального закона распределения

$$f(x_i) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_i^2}{2\delta^2}};$$

$f^{(3)}(x_i)$ и $f^{(4)}(x_i)$ - соответствующие производные нормальной функция распределения; r_3 и r_4 - основные моменты распределения измеряемой величины.

Значения $f(x_i)$, $f^{(3)}(x_i)$ и $f^{(4)}(x_i)$ определяются по таблицам [2].

Выравнивающую частоту в этом случае определяют из выражения

$$\tilde{n}_i = \frac{\sum n_i}{S} f_A(x_i), \qquad (11)$$

где $\sum n_i$ - объем наблюдений, S - среднее квадратичное отклонения.

Сравнение теоретических кривых распределения типа А, построенных по выравнивающим частотам, с экспериментальными показало на их совпадение и приведено в [2].

Степень расхождения между экспериментальными и выравнивающими частотами определяется вероятностью $\rho(\chi^2)$ - критерием согласия Пирсона. Как указывается в [1], если величина $\rho(\chi^2)$ окажется малой, то между изучаемыми величинами существует определенная зависимость. Следует отметить, что в рассматриваемых случаях величина χ^2 изменяется в пределах от 200 до 850, а величина $\rho(\chi^2)$ является чрезвычайно малой. Таким образом, мы приходим к заключению, что между значениями изгибающих и крутящих моментов и приложенной нагрузкой (определяемой режимом) существует несомненная связь.

Анализ величин m_1^* и S^* показал зависимость изменения их от скоростного и нагрузочных режимов работы двигателей.

Для щек коленчатого вала двигателей 6Ч 13/14 и 6ЧН 13/14 изгибающие моменты, действующие в плоскостях кривошипов, при изменении нагрузочного режима (увеличение нагрузок) в большинстве случаев наблюдается возрастание m_1^* при одновременном, увеличении основного отклонения S^*. Это увеличение для двигателя 6Ч 13/14 составляет: для 3-ей щеки 192 Нм, для 4-ой щеки 158 Нм, для 6-ой щеки 120 Нм. Для 7-й и 11-й щек наблюдается уменьшение m_1^* соответственно на 106 и 62 Нм.

Для тех же щек двигателя 6ЧН 13/14 увеличение m_1^* составляет для крайних щек 105 - 113 Нм, для средних 280 - 298 Нм. Увеличение S^* для крайних щек (3-я и 7-я) дос-

тигает 37 Нм для двигателя 6Ч 13/14 и 154 Нм для двигателя 6Ч 13/14. Соответственно для средних щек величины равны 55 Нм и 122 Нм.

Изменение скоростного режима работы двигателя приводит к возрастанию среднего значения момента m_1^* для щек двигателя 6Ч 13/14, а для двигателя 6ЧН 13/14 - к уменьшению. Основное отклонение S^* для двигателя 6Ч 13/14 изменяется для всех щек на величину, равную 48 Нм, для двигателя 6ЧН 13/14 это изменение для крайних щек составляет 115 Нм, для средних-562 Нм.

Средние значения моментов m_1^* для щек в плоскостях, перпендикулярных к плоскостям кривошипов возрастают при увеличении нагрузок и скоростей в пределах 442 - 574 Нм. Наблюдается увеличение и основного отклонения S^*. Так, изменение нагрузки при 1600 мин$^{-1}$ и возрастание оборотов двигателя 6ЧН 13/14 приводит к увеличению S^* для 3-ей щеки (мост 7) на 510 и 243 Нм, для 7-ой щеки (мост 21) - на 859 и 426 Нм.

Соответственно для двигателя 6Ч 13/14 увеличение нагрузки приводит к увеличению S^* на 153 Нм, а увеличение оборотов - на 110 Нм. Следует отметить также, что при изменении скоростных режимов двигателей выделяются значения m_1^* и S^* при n=1400 мин$^{-1}$, которые равны соответственно m_1^* = 322 Нм и S^* = 964 Нм для двигателя 6Ч 13/14, m_1^* = 145 Нм и S^* = 1644 Нм для двигателя 6ЧН 13/14.

Для шатунных шеек при изменении скоростного режима работы двигателей наблюдается увеличение m_1^* в пределах 111 ÷ 285 Нм и увеличение S^* от 21 до 58 Нм.

Увеличение нагрузок двигателей приводит к возрастанию m_1^* от 381 до 420 Нм и S^* от 57 до 76 Нм.

Изменение режимов работы двигателей сказывается на изменении статистических характеристик и для коренных шеек. Наблюдается возрастание m_1^* от 120 до 247 Нм при увеличении оборотов двигателей и увеличение S^* на величины от 112 до 239 Нм. Увеличение нагрузки меньше сказывается на изменении S^*, увеличение происходит в среднем на 50 Нм. Наблюдаемое увеличение m_1^* составляет 345 - 399 Нм.

Для характеристики динамической нагруженности элементов вала введен коэффициент

$$K_\partial = \frac{x_{\max}}{S}, \qquad (12)$$

где $x_{\max}$ - максимальное отклонение момента, определяемое от среднего значения момента m_1^*.

Данные изменения K_∂ для некоторых элементов вала при изменении режимов работы указанных двигателей сведены в таблице.1.

Как видно из таблицы, при увеличении нагрузки (мощности двигателей) значения S^* для большинства элементов коленчатого вала возрастают (возрастают и максимальные давления сгорания P_z). Увеличение же оборотов двигателей (под нагрузкой) приводит к уменьшению K_∂. Значения же при оборотах холостого хода еще меньше (превалируют инерционные нагрузки).

Таблица 1

Значения коэффициентов K_∂ для элементов коленчатого вала

№№ Пп	Режимы / Элементы Вала	N_e = 2,6 ÷ 110л.с. при n=1600 мин$^{-1}$	n=1000 ÷ 1600 (1700) мин$^{-1}$	Максимальные обороты холостого хода.
1	3 щека (мост 6)	2,56 - 3,27	3,78 - 3,14	2,82
2	То же с наддувом	3,04 - 3,3	3,52 - 3,14	2,9
3	4 щека (мост 11)	2,61 – 2,83	2,35 - 2,26	2,16
4	То же с наддувом	3,0 - 2,6	2,2 - 2,74	2,5
5	6 щека (мост 17)	3,11 - 3,15	2,8 - 2,46	2,7
6	То же с наддувом	3,66 - 3,28	2,9 - 3,1	2,9
7	7 щека (мост 22)	2,74 - 3,39	2,75 – 3,13	2,12
8	То же с наддувом	3,54 - 3,9	3,34 - 2,96	2,1
9	11 щека (мост 30)	3,02 - 3,38	3,8 - 3,56	3,12
10	3 щека (мост 7)	2,95 - 2,78	3,73 - 2,96	2,35
11	То же с наддувом	2,7 - 3,28	3,2 – 3,46	2,34
12	7 щека (мост 21)	1,8 - 2,49	2,3 - 2,73	2,34

13	То же с наддувом	2,44 - 2,23	3,04 - 2,42	2,3
14	2 шатунная шейка			
	(мост 8)	2,3 - 2,8	2,5 - 2,1	1.4
15	То же с наддувом	2,8 - 3,0	3,0 - 2,6	2,3
16	2 шатунная шейка (мост 10)	3,42 – 3,64	4,3 - 4,0	3,6
17	3 шатунная шейка (мост 15)	2,27 - 2,03	2,5 - 2,1	2,06
18	4 шатунная шейка (мост 23)	1,93 - 2,5	2,2 - 2,5	1.6
19	2 коренная шейка (мост 3)		2,2 - 2,5	2,1
20	То же с наддувом	2,52 - 1,21	1,88 - 2,7	2,2
21	2 коренная шейка (мост 4)		2,8 - 2,6	3,1
22	То же с наддувом	2,42 - 2,54	3,08 - 2,88	2,48
23	3 коренная шейка (мост 12)	1,75 – 2,06	2,14 - 1,78	2,2
24	4 коренная шейка (мост 18)		1,96 - 2,06	1,7
25	5 коренная шейка (мост 26)	1,58 - 1,25	2,3 - 1,25	1,02
26	7 коренная шейка (мост 34) Т	-	1,67 - 1,5	1,84

При работе двигателя 6Ч 13/14 максимальные напряжения в отдельных элементах коленчатого вала $\sigma_{\max} < \sigma_{-1}$ (для стали 50Г σ_{-1}=340 МПа). Напряжения являются переменными во времени в пределах одного рабочего цикла двигателя. Однако для установившихся оборотов двигателя максимальные и минимальные напряжения практически постоянны, т.е. для всех элементов вала при длительной работе имеет место стационарный режим изменения напряжений (если не учитывать нестационарность рабочего процесса).

С учетом статистических характеристик m_σ и S_σ определены статистические запасы прочности n_{cm}, когда за амплитуду напряжений выбрано напряжение, соответствующее основному отклонению σ_s, а за среднее напряжение – σ_{m_1}

$$n_{cm} = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_\tau)}{\frac{K\sigma}{\varepsilon'\varepsilon''}\sigma_s + \psi_\sigma \sigma_m}, \qquad (13)$$

где σ_{-1} и σ_τ - пределы усталости и текучести материала, $K\sigma$ - эффективный коэффициент концентрации, $\varepsilon'\varepsilon''$ - масштабный и технологический факторы, ψ_σ - угловой коэффициент влияния асимметрии цикла.

Тогда соотношение между запасами прочности подсчитанными по усталостному разрушению и n_{cm} имеет вид

$$n = \frac{n_{cm}}{K_\partial}. \qquad (14)$$

Расхождение величин *n*, подсчитанных по теории усталостного нарушения и по формуле (14), не превышает ±1,5%.

Запасы прочности для элементов вала определялись в зависимости от изменения режимов работы двигателей. Характер иллюстрируется пределами, приведенными в таблице.2.

Однако здесь следует отметить, еще и то обстоятельство, что вероятность проявления тех или иных значений моментов из совокупности их изменения за цикл различна. Так для щек вероятность появления максимальных значений моментов лежит в пределах 0,9 - 2,6%, для шатунных шеек от 0,6 до 7,2% и для коренных шеек от 0,96 до 12,4% при вероятности проявления минимальных значений от 20 до 30%.

Таблица 2

Значения запасов прочности n для элементов вала

№№ Пп	Режимы Элементы Вала	N_e=2,003 ÷ 110л.с. при *n*=1600 мин$^{-1}$	*n*=1000 ÷ 1600 (1700) мин$^{-1}$	Максимальные обороты холостого хода
1	3 щека (мост 6)	6,6 - 5,8	6,1 - 5,9	6,8
2	То же с наддувом	3,9 - 3,54	3,9 - 3,24	4,4
3	4 щека (мост 11)	8,2 - 7,0	9,5 - 8,1	9,8
4	То же с наддувом	5,5 - 3,0	4,2 - 4,1	5,6
5	6 щека (мост 17)	7,3 - 5,7	7,1 - 6,3	
6	То же с наддувом	4,5 - 3,20	4,5 - 3,9	5,15
7	7 щека (мост 22)	7,45 - 5,7	7,5 - 6,5	9,4
8	То же с наддувом	7,7 - 4,5	4,35 - 4,0	7,0

9	11 щека (мост 30)	10,4 - 9,5	11,9 - 9,5	13
10	3 щека (мост 7)	21 - 15	14,6 - 15,0	19,5
11	То же с наддувом	24 - 10,0	13,8 - 9,5	18,4
12	7 щека (мост 21)	16,3 - 11,5	13,0 - 10,7	14,6
13	То же с наддувом	14,6 - 7,2	7,7 - 6,7	11,4
14	2 шатунная шейка (мост 8)	20 - 13,6	18,6 - 16,5	31
15	То же с наддувом	19 - 10,2	10,4 - 9,5	15,5
16	2 шатунная шейка (мост 10)	16 - 12,5	14,7 - 13,6	28
17	3 шатунная шейка (мост 15)	21,6 – 17,5	25 – 22	49
18	4 шатунная шейка (мост 23)	29 – 18	16,5 - 15,0	24
19	2 коренная шейка (мост 3)		10 – 7,3	9.5
20	То же с наддувом	8,7 - 6,1	7,15 - 6,1	10,4
21	2 коренная шейка (мост 4)	-	16,8 - 14,0	26
22	То же с наддувом	13,5 - 7,9	12,1 - 9,7	12,4
23	3 коренная шейка (мост 12)	10 - 7,5	9,1 - 8,4	11,2
24	4 коренная шейка (мост 18)		12 – 9,5	12,0
25	5 коренная шейка (мост 26)	40 - 27	27 – 22	25
26	7 коренная шейка (мост 34)		32 – 25	27

Анализ полученных на основании обработки осциллограмм значений запасов прочности. Форсирование двигателя турбонаддувом приводит к уменьшению значений запасов прочности при работе двигателя по нагрузочной характеристике (n = 1600 мин$^{-1}$) на 33-57% для щек, на 20 - 24% для шатунных шеек. При этом, большее расхождение в величинах наблюдается для максимальной мощности. Увеличение нагрузки при n = 1600 мин$^{-1}$ приводит к уменьшению запасов прочности для щек при замере моментов в плоскости кривошипов на 15 - 45 %, в плоскости, перпендикулярной плоскости кривошипов, на 28 - 58 %; для шатунных шеек уменьшение составляет 22 - 46 % и для коренных шеек 25 - 42 %. Следует отметить, что в приведенных значениях большие величины относятся к элементам двигателя 6ЧН 13/14.

При работе двигателей по скоростной характеристике наблюдается уменьшение запасов прочности по мере возрастания оборотов. Это уменьшение составляет: для щек 8-20%, для шатунных шеек 7- 12% и для коренных шеек 15 - 27%. При этом, увеличение мощности за счет турбонаддува снижает значения запасов прочности для щек на 36 - 56%, для шатунных шеек 40 - 44% и для коренных шеек на 28-31%.

Использование методов статистической обработки экспериментального материала при применении простейших средств механизации снижает трудоемкость обработки, повышает достоверность результатов и приводит к однотипности обрабатываемого материала.

Результаты обработки дают возможность всесторонне оценить нагруженность элементов коленчатого вала. В качестве оценочных параметров целесообразно использовать величины средних значений m_1^* и основное отклонение S^* напряжений, коэффициенты динамичности *Kq* и запаса прочности.

При увеличении нагрузок (нагрузочная характеристика при n = 1600 мин$^{-1}$) от холостого хода до номинальной мощности прирост среднего значения изгибающих моментов находится в пределах: для щек 61 - 192 Нм, для шатунных шеек 382 - 420 Нм, для коренных шеек 345 - 399 Нм. Увеличение S^* составляет для щек двигателя 6Ч 13/14 около 370 Нм, а для двигателя 6ЧН 13/14 -154 Нм, для шатунных шеек от 37 до 76 Нм и для коренных шеек около 51 Нм.

Возрастание числа оборотов двигателей от 1000 до 1700 мин$^{-1}$ по внешней скоростной характеристике приводит к увеличению величин оценочных параметров: для щек в плоскости кривошипов от 480 до 115 Нм, в плоскости, перпендикулярной плоскости кривошипов m_1^* = 110 - 153 Нм для двигателя 6Ч 13/14 и m_1^* = 442 – 574 Нм для двигателя 6ЧН 13/14 и S^* = 243 - 859 Нм для шатунных шеек m_1^* = 112 - 286 Нм и S^* = 208 - 577 Нм; для коренных шеек m_1^* = 120 - 247 Нм и S^* = 112 - 239 Нм.

Применение турбонаддува, приводящего к возрастанию мощности двигателя до 170 л.с., характеризуется увеличением оценочных параметров для щек на 24 - 67%, для

шатунных шеек 29 - 78 % и для коренных шеек на 12 - 47 %.

Между значениями изгибающих и крутящих моментов и приложенными нагрузками, которые определяются режимом работы двигателя, существует несомненная связь.

Численные значения коэффициентов динамичности для элементов коленчатого вала лежат в пределах: для щек двигателя 6Ч 13/14 от 1,8 до 3,39; двигателя 6ЧН 13/14 от 2,23 до 3,9 для шатунных шеек от 1,93 - 4,3 и для коренных шеек от 1,25 до 3,08.С увеличением нагрузок коэффициенты K_{∂} возрастают, увеличение же числа оборотов приводит к уменьшению величины K_{∂}.

Вероятность появления максимальных значений напряжений при длительной работе двигателя на заданном режиме составляет 0,9 - 2,6 % для щек, 0,6 - 7,2 % для шатунных шеек и 0,96 - 12,4 % для коренных шеек.

При увеличении нагрузок на заданном скоростном режиме численные значения запасов прочности уменьшаются для щек на 15 ÷ 58%, для шатунных шеек на 22 ÷ 46% и для коренных шеек на 25 ÷ 42%.

При увеличении числа оборотов по скоростной характеристике величины запасов прочности уменьшаются для щек на 8 - 20%, для шатунных шеек на 7 ÷ 12 % и для коренных шеек на 15 ÷ 27 %.

Отсутствие литературных данных по однотипным двигателям не позволяет сделать сравнительный анализ статистических характеристик прочности коленчатых валов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Митропольский, А.К. Техника статистических вычислений / А.К. Митропольский. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

2. Попович, В.С. Экспериментальные методы исследования напряженного и деформированного состояния деталей машин: учебное пособие. – 2-е изд. перераб. и доп. /В.С. Попович; Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Барнаул: изд. АлтГТУ, 2009 . – 108 с.

Попович В.С., *д.т.н., проф., тел. (3852) 36-84-97,*
Савченко Т.П.