

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЕЛИЧИН КОРРЕКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ С ПРОГРЕССИВНОЙ СХЕМОЙ РЕЗАНИЯ

П.О. Черданцев

Рассмотрены вопросы назначения величин коррекции высотных зубьев червячных фрез на основе разработанной математической модели максимальных толщин слоёв, срезаемых боковой и вершинной кромками зубьев стандартной червячной фрезы.

The author covers the purpose of values of high-altitude teeth of hobs on the basis of developed mathematical model of maximum thickness of layers, cut off by side and top edges of standard hob's teeth.

Перспективным путём повышения стойкости червячных фрез является применение конструкций, обеспечивающих раздельное стружкообразование на вершинной и боковых режущих кромках, в частности, червячные фрезы с прогрессивной схемой резания.

При обычной схеме резания каждый зуб, прорезающий впадину колеса, работает двумя или тремя кромками, срезая Г- или П-образные слои, то есть работает в условиях несвободного резания. При этом, вследствие совместной усадки стружек разной толщины на вершинной и боковых режущих кромках в замкнутом пространстве, возникают напряжения сдвига. Они приводят к характерному для червячных фрез износу по задним поверхностям боковых кромок, превышающему износ по задней поверхности вершинной кромки. Также наблюдается значительная лунка на передней поверхности вблизи уголка выходной режущей кромки вследствие схода стыка стружек.

При работе фрезами с прогрессивной схемой условия резания приближаются к условиям свободного резания благодаря разделению стружки, снимаемой вершинной и боковыми режущими кромками за счёт чередования через один зубьев нормального и завышенного профиля. При этом уменьшается деформация срезаемых слоёв металла (прежде всего на боковых режущих кромках), изменяется направление схода стружки. При этом стойкость червячных фрез с прогрессивной схемой резания в 1,5 – 2 раза (в ряде случаев в 4 – 5 раз) выше, чем стойкость фрез стандартной конструкции.

Известно [1], что величины завышения e_1 и заужения на сторону e_2 высотных зубьев должны быть больше максимальной толщины

стружки, снимаемой соответственно вершинной и боковыми режущими кромками зубьев стандартной фрезы. Однако, согласно существующей методике назначения величин коррекции зубьев [1] определённому диапазону модулей (например, для модулей от 2 до 4 мм) назначаются одинаковые величины заужения и завышения на сторону. Очевидно, что одни и те же заужения и завышения будут давать разный эффект для модуля $m=2$ мм (большой эффект) и, например, $m=4$ мм (меньший эффект). Результаты моделирования процесса формирования впадины зубчатого колеса модуля 3,5 мм [2] позволяют сделать предположение, что величины e_1 и e_2 , назначенные согласно существующим рекомендациям, несколько занижены, так как разделения стружки не происходит. Таким образом, следует более дифференцированно относиться к назначению этих параметров, создавая тем самым более благоприятные условия резания.

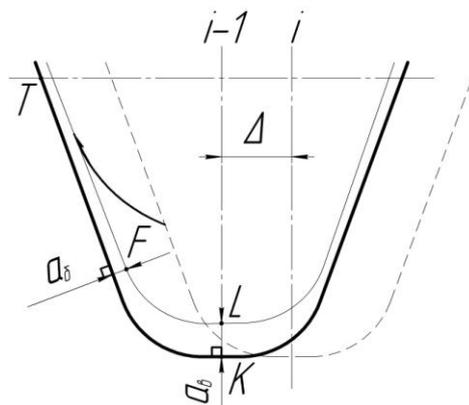


Рисунок 1 – Схема взаимного расположения рейки i -го зуба и следа $(i-1)$ -го зуба

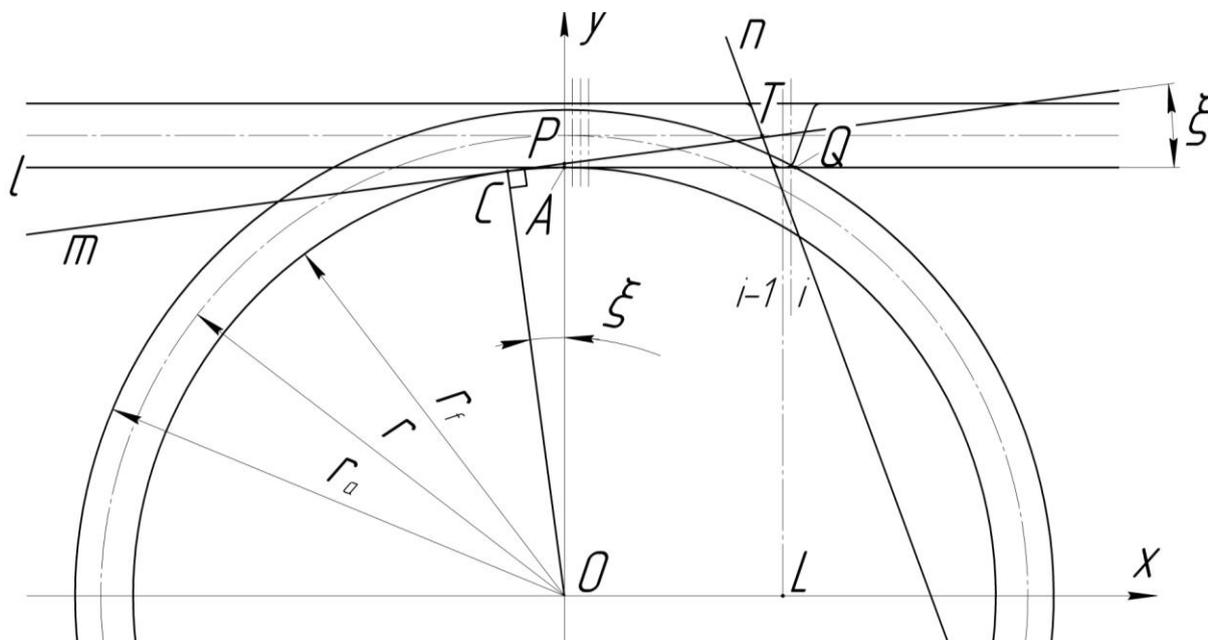


Рисунок 2 – Схема взаимного расположения рейки фрезы и заготовки

С целью назначения величин коррекции высотных зубьев была разработана математическая модель максимальных толщин слоёв, срезаемых боковой и вершинной кромками зубьев фрезы стандартной конструкции. На основании результатов [2] моделирования процесса формирования впадины червячной фрезой с обычной схемой резания за максимальную толщину срезаемого вершинной кромкой слоя a_b принято расстояние, измеренное по перпендикуляру к прямолинейному участку вершинной кромки $(i-1)$ -го зуба, опущенному из его середины, до прямолинейного участка следа вершинной кромки i -го зуба (рисунок 1), где i – число зубьев червячной фрезы, формирующих впадину с входной стороны до межосевого перпендикуляра фреза-заготовка (рисунок 2).

Определим величину a_b . Так как в системе координат xOy , связанной с центром заготовки (рисунок 2), прямая вершин зубьев фрезы l является прямой уровня

$$y = r_f, \quad (1)$$

то величину a_b можно определить как разность ординат точки К середины вершинной кромки $(i-1)$ -го зуба (рисунок 1) и точки L с такой же абсциссой, принадлежащей прямой m , на которой лежит след i -го зуба. Ордината точки К известна, согласно (1) она равна

$$y_K = r_f. \quad (2)$$

Ординату точки L можно найти из уравнения прямой m , учитывая, что

$$x_L = x_K.$$

Таким образом, нам неизвестны уравнение прямой m и абсцисса точки К.

Уравнение прямой m найдём в виде

$$y = kx + b.$$

Так как за один оборот червячной фрезы заготовка поворачивается на угол $\frac{2\pi}{z}$, то за

промежуток времени между последовательными врезаниями i -го и $(i-1)$ -го зубьев фрезы она повернётся на угол

$$\xi = \frac{2\pi}{z \cdot z_0}, \quad (3)$$

где z – число зубьев нарезаемого колеса; z_0 – число реек червячной фрезы. Следовательно, на этот же угол повернётся и след i -го зуба, тогда коэффициент k в уравнении

$$k = \operatorname{tg} \xi.$$

Коэффициент b уравнения найдём, рассматривая прямоугольный треугольник MNO (рисунок 2). Очевидно, что

$$b = NO.$$

Так как из того, что прямая m фактически есть результат поворота прямой l на угол ξ вокруг центра O , вытекает, что

$$MO = r_f;$$

$$\angle MON = \xi,$$

то

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЕЛИЧИН КОРРЕКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ С ПРОГРЕССИВНОЙ СХемой РЕЗАНИЯ

$$b = \frac{r_f}{\cos \xi}.$$

Таким образом, уравнение прямой m примет вид

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \xi + \frac{r_f}{\cos \xi}$$

или

$$y = \frac{x \cdot \sin \xi + r_f}{\cos \xi}. \quad (4)$$

Чтобы определить абсциссу точки K , определим i . Пусть нормальный шаг зубьев фрезы P_{n0} , тогда каждый следующий режущий зуб врезается в заготовку, сместившись относительно положения, в котором, врезаясь, находился предыдущий зуб, на величину конструктивной поперечной подачи червячной фрезы

$$\Delta = \frac{P_{n0}}{z_0}$$

или

$$\Delta = \frac{\pi m}{z_0}. \quad (5)$$

Полагаем, что ось симметрии одного из зубьев совпадает с межосевым перпендикуляром фреза-заготовка. Тогда на участке PQ (точка Q – пересечение окружности вершин колеса и прямой ℓ) будет осуществлено i резцов:

$$i = \frac{PQ}{\Delta}. \quad (6)$$

Очевидно, что

$$PQ = x_Q.$$

Абсциссу точки Q найдём, решая совместно уравнения прямой ℓ и окружности вершин

$$x^2 + y^2 = r_a^2,$$

причём

$$x_Q > 0.$$

Получаем

$$x_Q^2 + r_f^2 = r_a^2;$$

$$x_Q = \sqrt{r_a^2 - r_f^2}.$$

Таким образом, согласно (6) имеем

$$i = \frac{\sqrt{r_a^2 - r_f^2}}{\Delta}.$$

Преобразуем это выражение:

$$i = \frac{\sqrt{\left(m\left(\frac{z}{2} + h_a^*\right)\right)^2 - \left(m\left(\frac{z}{2} - h_f^*\right)\right)^2}}{\Delta},$$

или, учитывая (5)

$$i = \frac{z_0 \sqrt{z(h_a^* + h_f^*) + h_a^{*2} - h_f^{*2}}}{\pi}. \quad (7)$$

Следует отметить, что в качестве допущения, в выражении (7) пренебрегаем коэффициентами смещения и уравнительного смещения. При необходимости они могут быть учтены. Значение, найденное по формуле (7) должно быть округлено до целого в меньшую сторону.

Таким образом, абсцисса точки K (принадлежащей $(i-1)$ -му зубу!):

$$x_K = (i-1) \cdot \Delta. \quad (8)$$

Теперь можно найти собственно величину a_b . Как указывалось выше,

$$a_b = y_L - y_K.$$

Подставляя (8) в (4), имеем

$$y_L = \frac{(i-1) \cdot \Delta \cdot \sin \xi + r_f}{\cos \xi},$$

следовательно, с учётом (3), (5), (7) искомую величину можно считать найденной:

$$a_b = \frac{(i-1) \cdot \Delta \cdot \sin \xi + r_f}{\cos \xi} - r_f. \quad (9)$$

Определим величину a_6 как расстояние от точки F сопряжения радиусного и входного бокового участков следа i -го зуба до прямой n , на которой находится входная режущая кромка $(i-1)$ -го зуба (рисунок 1).

Известно, что расстояние от произвольной точки $P_1(x_1, y_1)$ до прямой, заданной уравнением в общем виде

$$Ax + By + C = 0$$

находится по формуле

$$\rho = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Таким образом, имеем

$$a_6 = \frac{|Ax_F + By_F + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}. \quad (10)$$

Неизвестны уравнение прямой n и координаты точки F . Уравнение прямой n найдём как уравнение прямой, проходящей через заданную точку $P_1(x_1, y_1)$ в данном направлении:

$$y - y_1 = k(x - x_1).$$

Приведём это уравнение к общему виду:

$$kx - y - kx_1 + y_1 = 0,$$

то есть

$$A = k;$$

$$B = -1;$$

$$C = y_1 - kx_1.$$

Подставляем эти значения в (10), считая, что точка, через которую проходит прямая n , – точка T (рисунок 1):

$$a_6 = \frac{|kx_F - y_F + y_T - kx_T|}{\sqrt{k^2 + 1}};$$

$$a_6 = \frac{|y_T - y_F - k(x_T - x_F)|}{\sqrt{k^2 + 1}}. \quad (11)$$

Координаты точки T и угол наклона прямой n нам известны, таким образом, имеем

$$\begin{cases} x_T = (i-1) \cdot \Delta - \frac{S_{n0}}{2}; \\ y_T = r_f + h_a; \end{cases} \quad (12)$$

$$k = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_0\right) = -\operatorname{ctg}\alpha_0. \quad (13)$$

Найдём координаты точки F . Очевидно, что точке F следа i -го зуба (рисунок 1) соответствует точка D профиля зуба (рисунок 3). Найдя координаты последней в момент врезания i -го зуба, мы найдём и координаты точки F по формулам поворота точки на произвольный угол φ относительно начала координат:

$$\begin{cases} x = x' \cdot \cos \varphi - y' \cdot \sin \varphi; \\ y = x' \cdot \sin \varphi + y' \cdot \cos \varphi. \end{cases} \quad (14)$$

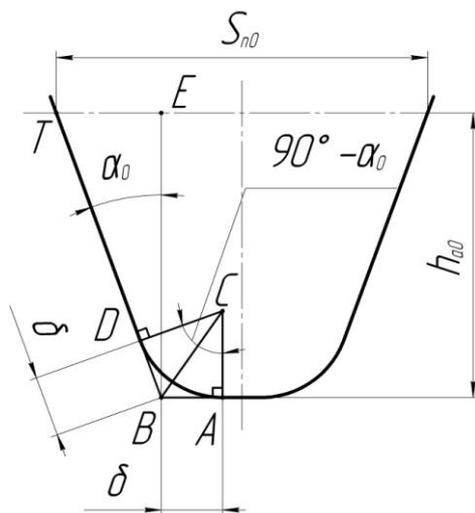


Рисунок 3 – Схема профиля зуба фрезы

Координаты точки D в момент врезания i -го зуба найдём, рассматривая профиль зуба (рисунок 3). Обозначив $BD=AB=\delta$, получим

$$\begin{cases} x_D = i \cdot \Delta - \frac{S_{n0}}{2} + h_{a0} \cdot \operatorname{tg}\alpha_0 - \delta \cdot \sin \alpha_0; \\ y_D = r_f + \delta \cdot \cos \alpha_0. \end{cases} \quad (15)$$

Рассматривая треугольник ABC (рисунок 3) и учитывая, что $AC=CD=r_{a0}$, находим:

$$\delta = \rho_{a0} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi/2 - \alpha_0}{2}\right),$$

где ρ_{a0} – радиус переходной кривой у головки зуба. После тригонометрических преобразований имеем:

$$\delta = \frac{\rho_{a0} \cdot (1 - \sin \alpha_0)}{\cos \alpha_0}. \quad (16)$$

После преобразований системы (15) с учётом (16) имеем

$$\begin{cases} x_D = i \cdot \Delta - \frac{S_{n0}}{2} + (h_{a0} - \rho_{a0} \cdot (1 - \sin \alpha_0)) \cdot \operatorname{tg}\alpha_0; \\ y_D = r_f + \rho_{a0} \cdot (1 - \sin \alpha_0). \end{cases} \quad (17)$$

Согласно (14)

$$\begin{cases} x_F = x_D \cdot \cos \xi - y_D \cdot \sin \xi; \\ y_F = x_D \cdot \sin \xi + y_D \cdot \cos \xi. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, учитывая формулы (3), (12), (13), (17) и (18) можно считать величину a_6 найденной (формула (11)).

Формулы (9) и (11) являются математической моделью максимальной толщины срезаемых, соответственно, вершинной и входной боковой кромками слоёв.

На основании полученной математической модели разработана методика для расчёта величин коррекции зубьев червячных фрез с прогрессивной схемой резания. Величины заужения на сторону e_6 и завышения $e_в$ высотных зубьев, согласно рекомендациям [1], принимаются равными соответственно максимальным толщинам слоёв, срезаемых боковой и вершинной кромками зубьев.

Методика расчёта представлена в виде алгоритма на рисунке 4. Исходными данными являются угол зацепления α_0 , число зубьев колеса z , толщина зуба в нормальном сечении на начальной прямой S_{n0} , радиус окружности впадин r_f , коэффициенты высоты головки зуба фрезы h_a^* и ножки h_f^* зуба, высота головки зуба фрезы h_{a0} , число реек червячной фрезы z_0 , радиус переходной кривой у головки зуба ρ_{a0} . Сначала определяется ряд промежуточных параметров, введённых с целью упростить процедуру расчёта. Далее определяются величины a_6 и $a_в$, и уже на основании их значений назначаются величины коррекции.

С целью облегчения процесса проектирования червячных фрез было разработано программное обеспечение для автоматизированного расчёта параметров слоёв, срезаемых зубьями червячной фрезы (рисунок 5), реализующее предложенную методику.

МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВЕЛИЧИН КОРРЕКЦИЙ ВЫСОТНЫХ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ С ПРОГРЕССИВНОЙ СХемой РЕЗАНИЯ

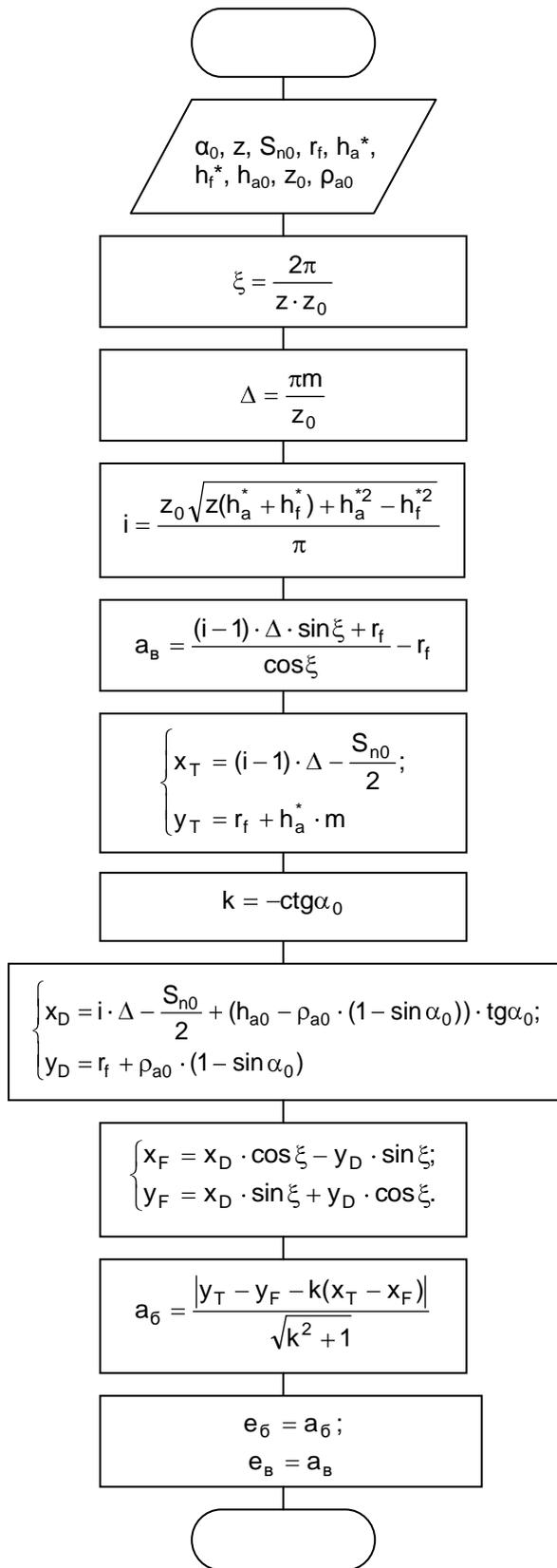


Рисунок 4 – Алгоритм расчёта величин коррекции высотных зубьев

The software window is titled "Слой" and "РАСЧЁТ ЗАВЫШЕНИЯ И ЗАУЖЕНИЯ НА СТОРОНУ". It contains a form for inputting initial data:

Исходные данные	
Модуль	3,5 , мм
Угол зацепления	20 , °
Число зубьев колеса	36
Толщина зуба в нормальном сечении на начальной прямой	5,64 , мм
Коэффициент высоты головки зуба	1
Коэффициенты высот ножки зуба	1,25
Высота головки зуба фрезы	4,38 , мм
Число реек червячной фрезы	10
Радиус переходной кривой у головки зуба	1,33 , мм

Below the form is a "Расчёт" button. The results are displayed at the bottom:

Величина завышения зуба: 0,53 мм
Величина заужения зуба на сторону: 0,22 мм

Рисунок 5 – Экранная форма ПО для расчёта параметров снимаемых слоёв

ВЫВОД

В соответствии с разработанной математической моделью величины максимальных толщин срезаемых вершинной и входной боковой кромкой слоёв прямопропорционально зависят от модуля нарезаемого колеса и от числа его зубьев, и, в меньшей степени, от числа реек червячной фрезы. Таким образом, для повышения эффективности применения червячных фрез необходимо определять величины коррекции (завышения и заужения на сторону) индивидуально для каждого модуля, так как эти величины непосредственно зависят от указанных толщин срезаемых слоёв.

ЛИТЕРАТУРА

1. Медведицков, С. Н. Высокопроизводительное зубонарезание фрезами / С.Н. Медведицков. – М.: Машиностроение, 1981. – 104 с.: ил.
2. Черданцев, П. О. Моделирование процесса нарезания зубчатых колёс червячными фрезами с прогрессивной схемой резания / П.О. Черданцев, В.А. Хоменко // Фундаментальные и прикладные исследования по приоритетным направлениям развития науки и техники. Ч. 2 / Современные технологические системы в машиностроении: материалы межд. науч.-техн. конф. / Алт. гос. техн. ун-т им. И. И. Ползунова. – Барнаул, 2005. – С. 146-148.