

ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА РАДИАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОМ КАНАЛЕ

В.Д.Лисица

Рассматриваются установившиеся двухфазные течения в каналах с проницаемыми стенками. Построена упрощенная модель процесса, учитывающая влияние массовых сил. Определены и исследованы основные факторы, влияющие на радиальную структуру течения в каналах.

Введение

Круглый канал с проницаемыми стенками или со вдувом со стенок – методически удобная теоретическая модель для изучения газодинамических процессов в каналах зарядов твердотопливных ракетных двигателей (см., например, [1-3]). В этой модели предполагается, что течение формируется путем вдува с неподвижных стенок канала газа (в случае однофазных течений) или смеси газа и конденсированных частиц (в случае двухфазных течений) с заданными параметрами. Такая модель, с одной стороны, достаточно полно отражает некоторые существенные газодинамические факторы, представляющие практический интерес, с другой стороны, она еще достаточно проста для анализа и позволяет проводить исследования и последующую систематизацию результатов, не прибегая исключительно к численным методам.

В настоящей работе рассматриваются установившиеся двухфазные течения в круглом канале со вдувом. Основное внимание уделяется изучению кинематической структуры течения в поперечном (радиальном) сечении канала, формирующейся в результате скоростной неравновесности между фазами. Дополнительно предполагается, что канал находится в поле потенциальных массовых сил, вектор которых перпендикулярен продольной оси канала.

1. Постановка задачи

Рассмотрим установившееся двухфазное течение “газ - конденсированные” частицы в круглом канале (см рис. 1). Предположим, что течение формируется путем вдува по нормали к поверхности канала смеси газа и конденсированных частиц. Для упрощения задачи сделаем следующие основные допущения:

1) концентрация частиц мала, поэтому взаимодействием частиц между собой и их обратным влиянием на газ можно пренебречь;

2) размер частиц не меняется;
3) частицы имеют сферическую форму, для них применим закон Стокса сопротивления.

Для определенности рассмотрим случай, когда вектор массовых сил направлен вниз, как это показано на рис. 1.

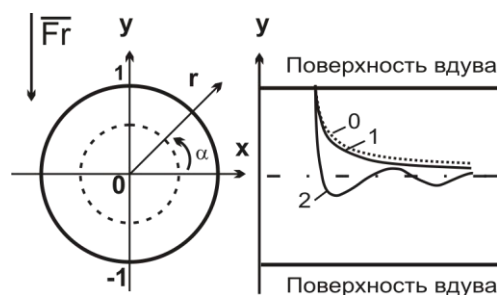


Рис.1. Безразмерная схема течения в радиальном (слева) и продольном (справа) сечениях канала

В этом случае задача становится трехмерной. Однако при сделанных допущениях проявляется интересная особенность двухфазного течения в круглых каналах, когда радиальная скорость как газа, так и частиц не зависит от осевой скорости. Это значительно упрощает анализ влияния основных факторов, определяющих радиальную структуру течения.

Анализ проведем в безразмерной форме. Для этого введем характерные масштабы задачи: длины l_* – радиус канала, скорости v_* – модуль скорости вдува газа со стенок канала, времени – их отношения $t_* = l_* / v_*$. Соответствующая графическая схема показана на рис.1.

Поскольку потенциальные массовые силы не влияют на скорость газа в канале [2,3], то для радиальной скорости газа v и вспомогательной функции p , связанной со скоростью

соотношение $p(r)=v(r)/r$ и используемой далее ниже, получим безразмерные выражения:

$$v(r) = -\frac{\sin(\frac{\pi}{2}r^2)}{r} \quad (1)$$

$$p(r) = -\frac{\sin(\frac{\pi}{2}r^2)}{r^2},$$

где r – безразмерный радиус.

В рассматриваемом случае, вероятно, проще использовать декартову систему координат, в которой уравнения движения частиц и соответствующие начальные условия на поверхности вдува в безразмерной форме будут

$$\frac{dv_{px}}{dt} = \frac{p(r)x_p - v_{px}}{Stk}; \quad \frac{dx_p}{dt} = v_{px}$$

$$\frac{dv_{py}}{dt} = \frac{p(r)y_p - v_{py}}{Stk} - Fr; \quad \frac{dy_p}{dt} = v_{py} \quad (2)$$

$$t=0, \quad x_p = x_{po}, \quad y_p = y_{po},$$

$$v_{px} = v_{pxo}, \quad v_{py} = v_{pyo}.$$

Здесь x_p и y_p – координаты частицы для осей x и y ; v_{px} и v_{py} – соответствующие значения ее скорости; t – время; $r^2 = x_p^2 + y_p^2$. Начальные значения частиц, помеченные индексом «0», рассчитываются по соотношениям

$$x_{po} = \cos(\alpha_{po}); \quad v_{pxo} = v_{po} x_{po};$$

$$y_{po} = \sin(\alpha_{po}); \quad v_{pyo} = v_{po} y_{po},$$

где α_{po} и v_{po} – начальные безразмерные параметры частиц в полярной системе координат (угол и скорость на поверхности вдува).

Уравнения (2) также содержат два комплексных безразмерных параметра (критерии подобия) – число Стокса Stk и число Фруда Fr :

$$Stk = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu l_*}; \quad Fr = \frac{l_* \bar{a}}{v_*^2},$$

где ρ_p и d_p – плотность вещества частицы и ее диаметр, μ – вязкость газа, $\bar{a}$ – вектор ускорения массовых сил. Отметим, что число Фруда является векторным параметром (в рассматриваемой задаче его направление показано на рис.1).

Таким образом, решение задачи (2), определяющее радиальную структуру течения в канале, зависит от четырех параметров: α_{po} , v_{po} , Stk и Fr . Возможные их значения приведены в таблице. Здесь же дополнительно приведены оценки еще одного параметра –

Sf , равного произведению чисел Стокса и Фруда. Как будет показано ниже, он естественным образом появляется при качественном анализе системы (2).

Таблица

Возможные значения безразмерных параметров (оценка)

Параметр	Значения
α_{po}	$0 - 2\pi$
$ v_{po} $	$0 - 1$
Stk	$0 - 100$
Fr	$0 - 1$
$Sf = Stk \cdot Fr$	$0 - 1$

2. Качественный анализ

Радиальная структура двухфазного течения в канале определяется системой динамических уравнений (2) и соответствующими начальными условиями, содержащими безразмерные параметры α_{po} , v_{po} , Stk и Fr . В общем случае решение такой задачи требует применения численных методов. Однако, полезные результаты, позволяющие систематизировать и обобщить решения такой многопараметрической системы, можно получить из качественного анализа с использованием хорошо разработанных математических методов (см., например, [4, 5]).

Зона градиентного течения. Вблизи оси канала, где значение r мало, выражения (1) можно аппроксимировать более простыми соотношениями:

$$v(r) = -\frac{\pi}{2}r + O(r^5); \quad (1^*)$$

$$p(r) = -\frac{\pi}{2} + O(r^4)$$

Эту область течения, где градиент радиальной скорости постоянен и равен $-\pi/2$, далее будем называть областью или зоной градиентного течения газа. На рис.1 условная внешняя граница этой области течения показана пунктиром.

В этой зоне градиентного течения система уравнений (2) будет линейной, применяя (1*), ее можно записать как

$$Stk \frac{d^2 x_p}{dt^2} + \frac{dx_p}{dt} + \frac{\pi}{2} x_p = 0 \quad (3)$$

$$Stk \frac{d^2 y_p}{dt^2} + \frac{dy_p}{dt} + \frac{\pi}{2} y_p + Sf = 0.$$

Начальные условия остаются прежними (см. (2)).

Введем новую переменную

ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА РАДИАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОМ КАНАЛЕ

$$\hat{y}_p = y_p + \frac{2}{\pi} Sf, \quad (4)$$

тогда система (3) примет вид

$$\begin{aligned} Stk \frac{d^2 x_p}{dt^2} + \frac{dx_p}{dt} + \frac{\pi}{2} x_p &= 0 \\ Stk \frac{d^2 \hat{y}_p}{dt^2} + \frac{d\hat{y}_p}{dt} + \frac{\pi}{2} \hat{y}_p &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$t = 0, \quad x_p = x_{p0}; \quad x'_p = v_{px0};$$

$$\hat{y}_p = \hat{y}_{p0}; \quad \hat{y}'_p = v_{py},$$

где $\hat{y}_{p0} = y_{p0} + \frac{2}{\pi} Sf$.

Для системы уравнений (5) несложно получить и исследовать аналитические решения (см., например, [6]). Здесь мы ограничимся только качественным изучением свойств этой системы, необходимым для последующего анализа.

Сразу отметим, что уравнения (5) одинаковы по форме и независимы друг от друга. Кроме того, параметр Sf в результате замены переменных (4) из этих уравнений исключен. Следовательно, в рассматриваемой системе координат течение в градиентной зоне является осесимметричным и не зависит от массовых сил (некоторое ограничение на это накладывают начальные условия для частиц на границе градиентной зоны – это будет рассмотрено ниже).

Характеристическое уравнение для обоих уравнений (5) и его корни имеют вид

$$\begin{aligned} Stk \lambda^2 + \lambda + \frac{\pi}{2} &= 0; \\ \lambda_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 2\pi Stk}}{2Stk}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что существует характерное (критическое) значение числа Стокса $Stk_* = 1/2\pi$, которое определяет смену качественно различных режимов двухфазного течения. На фазовой плоскости в начале системы координат “радиус канала – радиальная скорость частицы” находится особая точка (см. рис.2а). Тип ее зависит от значения Stk : при $Stk < Stk_*$ эта точка – устойчивый узел, при $Stk > Stk_*$ – устойчивый фокус. В обоих случаях это притягивающая особая точка (аттрактор), характеризующая конечное состояние частицы (при $t \rightarrow \infty$).

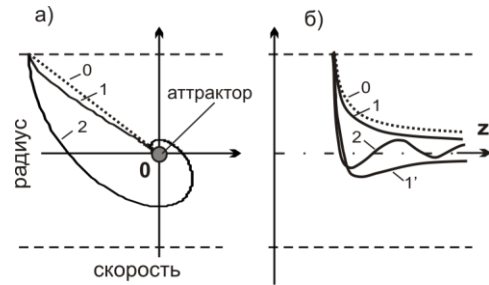


Рис.2. Решения на фазовой плоскости и соответствующие типы траекторий частиц в градиентной зоне

Отметим, что при $Stk < Stk_*$ теоретически возможны два типа траекторий частиц: тип 1 (см. рис. 2б), который качественно не отличается от линий тока газа (кривая 0), и тип 1', особенностью которого является возможность однократного пересечения оси канала и последующего асимптотического приближения к ней с другой стороны. Существование того или иного типов зависит от начальной скорости частиц на внешней границе зоны. Однако, как это следует из проведенных оценок, второй тип траекторий возможен только тогда, когда начальная скорость частиц многократно превышает соответствующую скорость газа, что представляется на практике маловероятным. По этой причине этот режим течения в последующем анализе рассматривать не будем.

Решения (5) определяют соответствующие траектории движения частиц на плоскости

$x_p - \hat{y}_p$. Если начальные условия неизменны, то вид таких траекторий не зависит от Sf и их легко получить из частного случая, когда $Sf = 0$. Следовательно, в рассматриваемой системе координат траектории будут прямыми линиями, если вектор начальной скорости частиц на границе градиентной зоны направлен к особой точке, находящейся в начале системы координат (см. рис.3).

Это возможно при выполнении условия

$$\frac{v_{py0}}{v_{px0}} = \frac{\hat{y}_{p0}}{x_{p0}}, \quad (6)$$

где индексом «0» помечены координаты частицы и компоненты вектора начальной скорости на границе градиентной зоны.

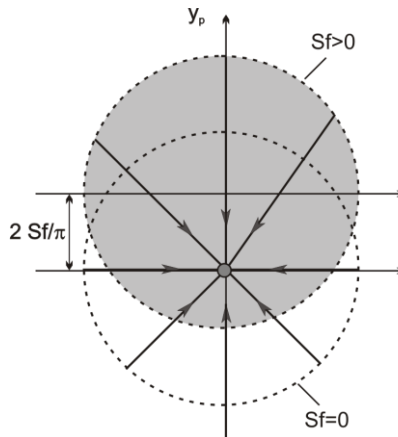


Рис.3. Траектории частиц в градиентной зоне при отсутствии и наличии массовых сил

Таким образом, решением уравнений (5) при выполнении условий (6) и любых значениях Stk будут прямые, направленные от начальной точки к особой точке. При $Stk < Stk_*$ эти прямые монотонно приближаются к особой точке (этот случай показан на рис.3). При $Stk > Stk_*$ наблюдается колебательный режим (с затуханием) движения частицы вдоль такой прямой относительно особой точки.

Учитывая (4), переход к первоначальной системе координат $x_p - y_p$ графически осуществляется ее сдвигом вдоль оси y на величину $2Sf/\pi$, как это схематически показано на рис.3.

Общий случай. Градиентная зона занимает центральную, но меньшую (по площади поперечного сечения) часть канала. За пределами этой зоны анализ необходимо проводить на основе исходной математической модели (1),(2).

Прежде всего, определим наличие и положение особых точек системы уравнений (2). Как несложно показать, при принятом направлении вектора Fr координаты особых точек α_* и r_* (на плоскости $\alpha - r$, см. рис.1)) находятся из условия

$$\alpha_* = -\frac{\pi}{2}; \quad \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} r_*^2\right)}{r_*^2} = Sf. \quad (7)$$

Таким образом, особые точки решения могут существовать только на оси y в нижней половине канала.

При малых значениях r и, как следствие, Sf из второго уравнения (7) получим простое

приближенное соотношение для r_* , справедливое для градиентной зоны течения

$$r_* = \frac{2}{\pi} Sf. \quad (8)$$

На рис.4 приведена зависимость радиальной координаты особой точки r_* от значения параметра Sf .

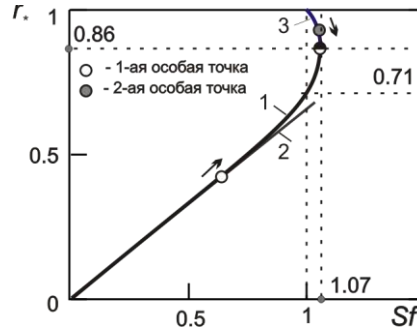


Рис.4. Координаты особых точек: 1,3 – расчет по (7); 2 – по соотношению (8)

При $Sf = 0$ единственная особая точка находится в начале системы координат. При увеличении Sf особая точка перемещается вдоль кривой 1, полученной численным решением (7). Видно, что при малых значениях r и Sf кривая 1 с хорошей точностью аппроксимируется прямой 2, заданной соотношением (8). Из графика также можно получить оценку для внешней границы градиентной зоны: $r \approx 0.5$ ($Sf \approx 0.7$).

При $Sf = 1$ появляется вторая особая точка со значением $r_* = 1$ (на поверхности вдува канала). При дальнейшем увеличении Sf особые точки сближаются (вдоль кривых 1 и 3 соответственно), при $Sf \approx 1.07$, $r_* \approx 0.86$ сливаются и исчезают. При $Sf > 1.07$ особых точек нет.

Теперь установим связь между наличием и положением особых точек на фазовой плоскости и кинематической структурой двухфазного течения в канале. Частный случай, когда массовых сил нет ($Fr = 0$), уже рассмотрен выше. На фазовой плоскости в начале системы координат «радиальная координата – радиальная скорость частицы» находится единственная особая точка (см. рис.4) типа узел или фокус в зависимости от значения параметра Stk . Соответствующие им виды траекторий частиц для всего сечения канала показаны на рис.1 справа.

При появлении массовых сил особая точка смещается из начала системы координат вниз по оси y . Соответствующие изменения структуры двухфазного течения в про-

ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА РАДИАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОМ КАНАЛЕ

дольном сечении канала схематически показаны на рис.5.

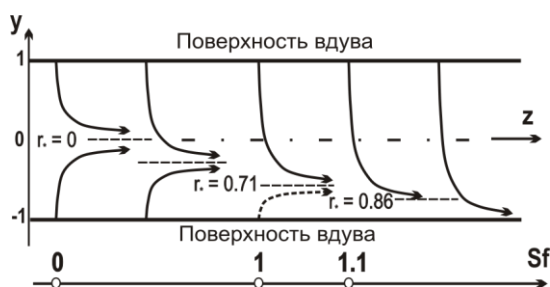


Рис.5. Изменение структуры двухфазного течения в канале при увеличении параметра Sf

Здесь с целью упрощения приведены траектории частиц с докритическим значением числа Стокса $Stk < Stk_*$. Для каждого значения Sf приведено, где это возможно, по две траектории: из самой верхней ($y = 1$) и самой нижней ($y = -1$) точек поверхности канала. На оси Sf отмечены три характерных значения данного параметра: 0, 1 и 1.1.

Случай $Sf = 0$ уже рассмотрен выше. При возрастании Sf асимптота продольных (вдоль оси z) траекторий частиц, определяемая как $y = r_*$, смещается вниз. При $Sf = 1$ появляется вторая особая точка (типа седло). Это состояние характеризует новое качество, когда газодинамические силы, действующие на частицу со стороны газа внизу канала, уравновешаны противоположной массовой силой. Однако, это состояние динамически неустойчиво: при небольшом увеличении начальной скорости частиц они увлекаются в поток. Наконец, при $Sf \approx 1.07$ (это соответствует экстремальному значению радиальной скорости газа в канале при $r \approx 0.86$) обе особые точки сливаются. В этом случае частицы с верхней половины канала доходят до асимптоты траекторий с $r_* \approx 0.86$, на нижней его стороне они удерживаются массовыми силами. Появившаяся при $Sf = 1$ зона свободная от частиц соответствующего размера достигает максимального размера. При $Sf > 1.07$ особых точек уже нет. Это приводит к новой качественной смене режимов течения: асимптоты траекторий и зона без частиц скачком исчезают. Частицы на нижней половине канала не могут покинуть поверхность вдува и сюда же (при достаточном времени движения) выпадают частицы с верхней половины. Дальнейшее увеличение Sf уже не вызывает качественных изменений течения.

3. Численное моделирование

Более детальное изучение особенностей двухфазного течения в канале проведем путем численного решения системы (2). Некоторые результаты таких параметрических исследований приведены на рис.6,7.

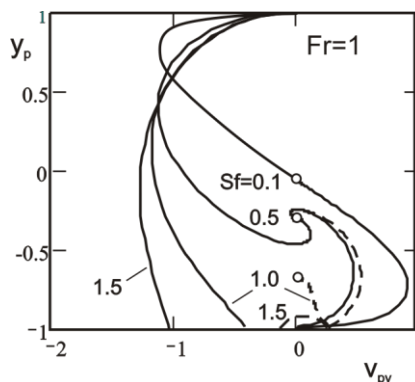


Рис.6. Численные решения на фазовой плоскости радиальная скорость - координата

На рис.6 на плоскости «скорость частицы – ее координата» построены фазовые траектории движения частиц во всей радиальной области течения. Геометрические условия соответствуют схеме, показанной на рис.5: для каждого значения Sf приведены по две траектории для начальных значений $y_{p0} = \pm 1$. Здесь предполагается, что $Fr = 1$, а изменение параметра Sf обеспечивается соответствующим изменением параметра Stk , так что $Stk = Sf$. Расчеты проведены при $Stk = Sf = 0.1; 0.5; 1; 1.5$. Для каждого значения Sf , где это возможно, показано положение особых точек. Основные результаты получены при $v_{p0} = 0$ (сплошные кривые на рис.6). Дополнительно при больших значениях Sf исследовано влияние начальной скорости частиц $v_{p0} = -0.2$. Из расчетов следует, что для частиц с верхней части канала такое изменение начальной скорости практически не влияет на форму фазовых траекторий. Частицы с нижней половины канала более чувствительны к изменению начальных условий (пунктирные кривые на рис.6).

Как видно из рис.6, при $Sf = 0.1$ особая точка незначительно смещается вниз по оси y , ее тип – устойчивый узел. При увеличении Sf до 0.5 тип особой точки меняется с узла на фокус. Соответственно изменяется и тип фазовых траекторий: в окрестности особой точки они приобретают затухающий колебательный характер. Увеличение начальной скорости частиц (по модулю) с 0 до 0.2 незначительно влияет на результаты.

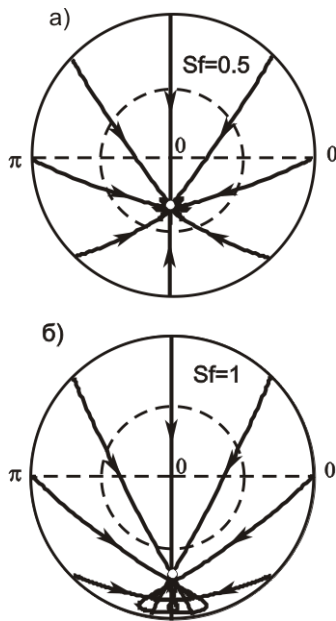


Рис.7. Структура течения в поперечном сечении канала при $Sf = 0.5$ (а) и $Sf = 1$ (б)

При $Sf = 1$ структура течения существенно усложняется. Во-первых, из-за того, что особая точка находится достаточно близко к нижней поверхности канала, а амплитуда колебаний частиц вокруг этой точки значительна, возникают условия для выпадения их из потока. Во-вторых, частицы, находящиеся внизу канала в начальный момент при $v_{p0} = 0$ не могут покинуть поверхность вдува. Однако увеличение модуля начальной скорости до 0.2 нарушает это динамическое равновесие и приводит к отрыву частиц от поверхности канала, вовлечению их в поток с последующим асимптотическим приближением к соответствующей особой точке.

При $Sf = 1.5$ особых точек на фазовой плоскости нет. Частицы с верхней половины канала со временем достигают нижней поверхности, покинуть которую при нулевой начальной скорости уже не могут. Увеличение модуля начальной скорости до 0.2 приводит к временному выносу частиц с нижней части канала в поток с последующим их выпадением на ту же поверхность.

На рис.7 приведены расчетные траектории частиц в поперечном сечении канала. при $Sf = 0.5$ и $Sf = 1$. Как и выше, результаты получены при $Fr = 1$ (т.е. $Stk = Sf$). Из рисунков видно, что уже при $Sf = 0.5$ в окрестности особой точки формируется специфическая зона встречно-колебательного движения частиц. При увеличении Sf до 1 эта зона расширяется, деформируется и захватывает ниж-

нюю часть канала. Это сопровождается выпадением некоторых частиц из потока на поверхность канала.

4. Обсуждение результатов и выводы

В результате указанных допущений и значительных упрощений реальных процессов построена и исследована модель установившегося неравновесного двухфазного течения в круглом канале с проницаемыми стенками с учетом внешних массовых сил. В частности, такая модель описывает двухфазное течение в горизонтально расположенном канале при наличии силы тяжести.

В общем случае появление массовых сил значительно усложняет задачу – течение становится трехмерным. Однако в рассматриваемой модели параметры течения в радиальной плоскости канала не зависят от продольной координаты z . Учитывая это обстоятельство, здесь рассматривается более простая задача об определении радиальной кинематической структуры двухфазного течения. При этом основное внимание уделяется качественным методам исследования.

При переходе к безразмерным переменным определены четыре независимых безразмерных параметра – α_{p0} , v_{p0} , Stk и Fr . Параметр α_{p0} имеет простой геометрический смысл и не требует особых пояснений.

Среди остальных параметров наиболее сильное влияние на закономерности двухфазного течения оказывают параметры подобия – числа Стокса Stk и Фруда Fr . В работе также показано, что вместо параметра Fr удобнее пользоваться его модификацией $Sf = Stk \cdot Fr$. Именно параметр Sf определяет количество и положение особых точек на фазовой плоскости, тогда как параметр Stk – их тип.

В центральной приосевой части канала (приблизительно при $r < 0.5$) можно выделить особую зону течения, для которой анализ значительно упрощается. Это зона градиентного течения газа (градиент радиальной скорости постоянен и равен $-\pi/2$), где исходные уравнения (2) можно записать в более простом линейном виде (3) и затем (5).

Как следует из качественного анализа исходных уравнений (2) и соответствующих результатов, приведенных на рис.4, при $Sf < 1$ на фазовой плоскости существует единственная особая точка. В случае относительно небольших значений Sf (приблизительно до 0.7) особая точка находится в градиентной зоне. Физический смысл этой особой точки понятен из рис. 2: особая точка (см. рис.2а)

ВЛИЯНИЕ МАССОВЫХ СИЛ НА РАДИАЛЬНУЮ СТРУКТУРУ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В КРУГЛОМ КАНАЛЕ

это проекция соответствующей асимптоты траекторий в продольном сечении канала (рис.2б), т.е. она характеризует предельное состояние частицы при неограниченном времени ее движения.

Тип этой особой точки зависит от соотношения параметра Stk и его критического значения Stk^* . При $Stk < Stk^*$ это устойчивый узел. Соответствующие траектории частиц качественно подобны линиям тока газа (см. рис. 2). Это характерно для двухфазного течения в канале с относительно небольшой скоростной неравновесностью фаз.

Если $Stk > Stk^*$, то особая точка – устойчивый фокус (см. рис. 2,б). При этих условиях в канале формируется специфическая зона течения с характерным для нее встречно-колебательным движением частиц. С увеличением Stk эта зона расширяется. Поскольку концентрация частиц в этой зоне повышается, а вероятность их столкновения возрастает, то для исследования этой области течения требуются более совершенные модели, включающие, в частности, эффекты взаимодействия частиц (коагуляция, дробление и т.п.) и их обратного влияния на газ. Здесь мы можем при необходимости только оценить размеры этой зоны.

При отсутствии массовых сил ($Sf = 0$) особая точка находится в центре канала – течение осесимметрично. Траектории частиц в радиальном сечении канала представляют собой прямые линии, направленные от начальной точки на поверхности вдува к особой точке в центре канала. Колебательное движение в окрестности особой точки, возникающее при $Stk > Stk^*$, совершается вдоль этой прямой.

При наличии массовых сил особая точка смещается по направлению вектора этих сил. Приблизительно при $Sf < 0.7$ особая точка находится в области градиентного течения газа (см.рис.3), для которой соответствующая математическая модель значительно проще. Здесь смещение особой точки относительно начала координат, обусловленное массовыми силами, дается соотношением (8). Траектории частиц в радиальном сечении канала, как и в случае $Sf = 0$, по-прежнему прямолинейны и направлены к особой точке, тип которой в пределах градиентной зоны не меняется.

В диапазоне $0.7 < Sf < 1$ особая точка по-прежнему единственна, но газодинамические соотношения (1) и соответствующие уравнения (2) уже нелинейны, что затрудняет анализ и приводит к необходимости исполь-

зовать численные методы исследования (см. результаты на рис. 4,6,7). Тип особой точки прежний: в зависимости от значения Stk это или узел, или фокус. Однако, можно показать, что за пределами градиентной зоны значение Stk^* , характеризующее их смену, постепенно возрастает по мере удаления особой точки от центра канала.

Как следует из соотношений (7) и видно из рис.4, при $Sf = 1$ на поверхности канала появляется вторая особая точка типа седло. Наличие двух особых точек, их относительная близость между собой и стенкой канала приводит к образованию сложной структуры двухфазного течения в этой области течения. Из результатов расчетов следует (см. рис. 6,7), что при $Sf = 1$ возникают новые эффекты – выпадение частиц из потока на стенки канала и невозможность их отрыва от поверхности вдува. Это обусловлено тем, что при $Sf \approx 1$ противоположно направленные газодинамические и массовые силы, действующие на частицы, по абсолютному значению приблизительно равны. Как следствие, в этих условиях возрастает влияние второстепенных факторов, например, начальной скорости частиц на поверхности канала. Очевидно, что для более детальных исследований двухфазных течений в этом режиме требуются более совершенные модели и дополнительные экспериментальные исследования.

ЛИТЕРАТУРА

- 1.Райзберг Б.А., Ерохин Б.Т., Самсонов К.П. Основы теории рабочих процессов в ракетных системах на твердом топливе. -М.: Машиностроение, 1972. – 383 с.
- 2.Липанов А.М., Бобрышев В.П. и др. Численный эксперимент в теории РДТТ. - Екатеринбург: УИФ Наука, 1994. – 302 с.
- 3.Бобрышев В.П., Лисица В.Д., Спиридонов Ф.Ф.. Физико - математическое моделирование внутрикамерной газодинамики РДТТ. – М.: ЦНИИЭТКП, 1993. – 128 с.
- 4.Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. –М: Наука, 1978. – 304 с.
- 5.Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения –М: Наука, 1974. – 326 с.
- 6.Лисица В.Д. Движение конденсированных частиц в градиентном потоке газа. Качественный анализ //Измер., автоматизация и моделирование в промышленности и в научных исследованиях: Межвуз. Сборник. -Бийск: Изд-во АлтГТУ, 2001. –С. 5-9.