ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП В ЗАДАЧЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ВОЛНОВОДОМ С ИМПЕДАНСНЫМ ФЛАНЦЕМ

С.А. Комаров, В.В. Щербинин

Невыступающие волноводные излучатели в виде открытого конца волновода с фланцем получили широкое практическое применение в радиотехнике сверхвысоких частот. Это делает актуальной разработку методов расчёта их электродинамических характеристик. В данной работе рассматривается применение вариационного принципа в одномодовом приближении для расчёта характеристик поверхностной волны, возбуждаемой волноводной антенной вдоль импедансного фланца.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В координатной области $z < 0$ расположен невыступающий полубесконечный цилиндрический волновод произвольного поперечного сечения, ось которого совпадает с осью z. Стенки волновода являются идеально проводящими. Волновод заполнен однородным диэлектриком без потерь с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ.

Раскрыв волновода S расположен на бесконечном фланце в плоскости $z = 0$. Фланец характеризуется постоянным сторонним импедансом ZZ_0, где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – импеданс свободного пространства, ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства соответственно.

Полупространство $z > 0$ заполнено однородным идеальным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_s и магнитной проницаемостью μ_s.

Волновод возбуждается электромагнитной волной основного типа единичной амплитуды, набегающей на раскрыв S вдоль оси z. Волновой процесс является гармоническим во времени с круговой частотой ω. Зависимость от времени определяется как $e^{-i\omega t}$. Решение задачи проводится в системе единиц СИ.

Требуется определить энергетические характеристики поверхностной волны, возбуждаемой волноводом вдоль фланца.

НАХОЖДЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ЭНЕРГИИ В ДАЛЬНЕЙ ЗОНЕ

Электромагнитное поле в области $z > 0$ может быть описано с помощью двух скалярных компонент векторных электрического A_z^e и магнитного A_z^m потенциалов в форме интегралов Фурье [1]:

$$A_z^{e,m} = \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} a^{e,m}(\vec{\xi})\, e^{i\vec{\xi}\vec{\rho}+iW_s z}\, d\vec{\xi} \qquad (1)$$

здесь $\vec{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости $z = 0$; a^e и a^m – неизвестные спектральные функции; $k_s = k_0\sqrt{\varepsilon_s\mu_s}$ и $W_s = \sqrt{k_s^2 - \xi^2}$ – продольное и поперечное волновые числа соответственно. Решение поставленной задачи связано с выполнением в плоскости фланца $z = 0$ граничных условий сшивания касательных составляющих полей на раскрыве волновода и граничных условий импедансного типа вне раскрыва. В работе [2] было предложено использовать граничные условия в виде линейной комбинации:

$$\begin{aligned} &\vec{E}_t(\vec{\rho},+0) - ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) = \vec{F}(\vec{\rho}), \forall\vec{\rho};\\ &\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) = \vec{H}_t(\vec{\rho},-0), \vec{\rho}\in S, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $\vec{u}$ – орт оси z; $\vec{F}(\vec{\rho})$ – вспомогательная финитная функция вида:

$$\vec{F}(\vec{\rho}) = \begin{cases} 0, \ \vec{\rho}\notin S;\\ \vec{E}_t(\vec{\rho},-0) - ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},-0), \vec{\rho}\in S. \end{cases} \qquad (3)$$

Используя формулы связи касательных компонент электромагнитного поля с компонентами векторных потенциалов [1] и граничные условия (2), можно выразить спектральные функции $a^{e,m}$ через фурье-трансформанту $\vec{f}$ функции $\vec{F}(\vec{\rho})$. Это позволяет выразить компоненты векторных электромагнитных потенциалов через проекции фурье-трансформанты $\vec{f}$ на оси полярной системы координат пространства волновых чисел (ξ,ψ) в виде:

$$A_z^e = \frac{\pi i k_s}{(2\pi)^2 Z_0}\sqrt{\frac{2}{\pi\rho}}e^{-i\frac{\pi}{4}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\vec{f}_\xi(\xi,\varphi)}{W_s Z_s + k_s Z}\cdot e^{i\vec{\xi}\vec{\rho}+iW_s z}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}; \qquad (4)$$

$$A_z^e = \frac{\pi i k_s Z_s}{(2\pi)^2}\sqrt{\frac{2}{\pi\rho}}e^{-i\frac{\pi}{4}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\vec{f}_\psi(\xi,\varphi)}{k_s Z + W_s Z_s}\cdot e^{i\vec{\xi}\vec{\rho}+iW_s z}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}; \qquad (5)$$

Здесь $Z_s = \sqrt{\mu_s/\varepsilon_s}$ – импеданс диэлектрического заполнения полупространства $z > 0$ нормированный на Z_0.

В выражении для компоненты векторного потенциала A_z^e (4) полюс подынтегральной функции имеет место при выполнении условия

$$W_s Z_s + k_s Z = 0.$$

Это равенство может быть выполнено только при индуктивном импедансе фланца $Z = -iQ_L$, $Q_L > 0$, $Q_L \in R$. Полюса подынтегральной функции в этом случае находятся в точках $\pm\xi_p^L$:

$$\xi_p^L = \frac{k_s}{Z_s}\sqrt{Z_s^2 + Q_L^2}.$$

Для компоненты A_z^m (5) полюс имеет место при выполнении равенства:

$$k_s Z_s + W_s Z = 0.$$

Это равенство может быть справедливым только в том случае, если фланец волновода имеет чисто емкостной: $Z = iQ_C$, $Q_C > 0$, $Q_C \in R$ импеданс. Полюса подынтегральной функции в этом случае расположены в точках $\pm\xi_p^C$, где

$$\xi_p^C = \frac{k_s}{Q_C}\sqrt{Z_s^2 + Q_C^2}.$$

Вычисляя вычеты в полюсах подынтегральных функций выражений (4) и (5), используя формулы связи компонент электромагнитного поля поверхностной волны с потенциалами и пренебрегая в дальней зоне слагаемыми малости выше, чем $1/\rho$, можно получить выражения для радиальных компонент плотности потока энергии поверхностных волн вертикальной и горизонтальной поляризации в виде:

$$S_\rho^e = \frac{k_s^3 Q_L^2}{4\pi\rho Z_s^3}\left|f_\xi(\xi_p^L,\varphi)\right|^2 e^{-\frac{2k_s Q_L}{Z_s}z};$$
$$S_\rho^m = \frac{k_s^3 Z_s}{4\pi\rho Z_0 Q_C^2}\left|f_\psi(\xi_p^C,\varphi)\right|^2 e^{-\frac{2k_s Z_s}{Q_C}z}. \qquad (6)$$

Эти выражения позволяют найти радиальные составляющие плотности потока энергии поверхностных волн обеих поляризаций в том случае, если известна фурье-трансформанта $\vec{f}(\vec{\xi})$ вспомогательной финитной функции $\vec{F}(\vec{\rho})$.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ И СТАЦИОНАРНЫЙ ФУНКЦИОНАЛ ДЛЯ ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Для нахождения явного вида функции $\vec{f}(\vec{\xi})$ может быть использован принцип взаимности. Пусть волновод возбуждается набегающей на раскрыв вдоль фланца плоской волной, характеризующейся волновым вектором $\vec{k}_s$. Данная задача сводится к интегральным уравнениям вида:

$$\vec{\Psi}_S^e(\vec{\rho}) = \int_S \tilde{K}_s(\vec{\rho},\vec{\rho}')\vec{F}_S^e(\vec{\rho}')d\vec{\rho}';$$
$$\vec{\Psi}_S^m(\vec{\rho}) = \int_S \tilde{K}_s(\vec{\rho},\vec{\rho}')\vec{F}_S^m(\vec{\rho}')d\vec{\rho}'. \qquad (7)$$

Ядро интегрального уравнения $\tilde{K}_s(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ имеет вид:

$$\tilde{K}_s(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{Y_k(\vec{\phi}_k(\vec{\rho})\circ\vec{\phi}_k(\vec{\rho}'))}{1-ZZ_0Y_k} + \tilde{G}(\vec{\rho},\vec{\rho}') \qquad (8)$$

где Y_k и $\vec{\phi}_k(\vec{\rho})$ – характеристический адмитанс и ортонормированные поперечные волновые функции i-й моды бесконечного волновода соответственно.

Тензор Грина $\tilde{G}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ в выражении (8) записывается в виде:

$$\tilde{G}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = -\frac{1}{(2\pi)^2 Z_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{k_0\varepsilon_s(\vec{\xi}_0\circ\vec{\xi}_0)}{W_s + k_0\varepsilon_s Z} + \frac{W_s(\vec{\psi}_0\circ\vec{\psi}_0)}{k_0\mu_s + W_s Z}\right\}\exp i\vec{\xi}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')d\vec{\xi},$$

а левые части $\vec{\Psi}_S^{e,m}(\vec{\rho})$ интегральных уравнений (7):

$$\vec{\Psi}_S^e(\vec{\rho}) = -\frac{1}{Z_s}e^{-i\vec{\xi}_p^L\vec{\rho}}\vec{\xi}_0;$$
$$\vec{\Psi}_S^m(\vec{\rho}) = -\frac{i}{Q_C}e^{-i\vec{\xi}_p^C\vec{\rho}}\vec{\psi}_0.$$

Поскольку ядро (8) симметрично относительно перестановки переменных, можно построить функционалы, стационарные относительно первой вариации функции $\vec{F}(\vec{\rho})$ [3] в виде:

$$L^{e,m} = \int_S \vec{F}(\vec{\rho})\vec{\Psi}_S^{e,m}(\vec{\rho})d\vec{\rho} =$$

$$= \frac{\left(\int_S \vec{F}(\vec{\rho})\vec{\Psi}_S^{e,m}(\vec{\rho})d\vec{\rho}\right)\left(\int_S \vec{F}^{e,m}(\vec{\rho})\vec{\Psi}_S(\vec{\rho})d\vec{\rho}\right)}{\int_S \vec{F}_S^{e,m}(\vec{\rho})\left(\int K_s(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')\vec{F}(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,'\right)d\vec{\rho}}, \quad (9)$$

где $\vec{F}_S^e$ и $\vec{F}_S^m$ – функции $\vec{F}(\vec{\rho})$, соответствующие поверхностным волнам вертикальной и горизонтальной поляризаций.

Стационарность функционалов $L^{e,m}$ позволяет использовать приближённое задание значений функции $\vec{F}(\vec{\rho})$. Наиболее простым является одномодовое приближение, при котором распределение поля на раскрыве волновода задаётся распределением волны основного типа, а распределение поля вне раскрыва – распределением набегающей поверхностной волны.

В этом случае радиальные составляющие вектора Пойтинга в дальне зоне могут быть выражены через стационарные функционалы (9) и найдены в виде:

$$\eta^e = \frac{k_S^2 Q_L}{\pi Z_0 Y_0 Z_S^2}\int_0^{2\pi}\left|\frac{\left[\Phi_{0\xi}(\xi_p^L,\varphi)\right]^2}{\Phi_{0\xi}(\xi_p^L,\varphi)+\vec{M}(\xi_p^L,\varphi)\vec{\xi}_0}\right|^2 d\varphi; \quad (10)$$

$$\eta^m = \frac{k_S^2 Z_S^2}{4\pi Z_0 Y_0 Q_C^3}\int_0^{2\pi}\left|\frac{\left[\Phi_{0\psi}(\xi_p^C,\varphi)\right]^2}{\Phi_{0\psi}(\xi_p^C,\varphi)+\vec{M}(\xi_p^C,\varphi)\vec{\psi}_0}\right|^2 d\varphi.$$

Здесь $\vec{\Phi}_0(\vec{\xi})$ – фурье-трансформанта поперечной волновой функции волны основного типа, а

$$\vec{M}(\vec{\xi}) = \frac{1-ZZ_0Y_0}{Y_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{\Phi}_0(\vec{\xi}\,')\left\{\frac{k_0\varepsilon_S(\vec{\xi}_0\,'\circ\vec{\xi}_0\,')}{W'_S+k_0\varepsilon_S Z}+\right.$$

$$\left.\frac{W'_S(\vec{\psi}'_0\circ\vec{\psi}'_0)}{k_0\mu_S+W'_S Z}\right\}\left(\int_S \exp i\vec{\rho}(\vec{\xi}-\vec{\xi}\,')d\vec{\rho}\right)d\vec{\xi}\,'.$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера может быть рассмотрено возбуждение поверхностных волн вдоль фланца круглого волновода, возбуждаемого волной основного типа H_{11}. Численно проанализированы частотные зависимости эффективности возбуждения поверхностных волн вертикальной поляризации η^e.

На рисунке 1 представлены рассчитанные частотные зависимости эффективности возбуждения поверхностных волн вертикальной поляризации для четырёх значений индуктивного импеданса фланца: 0.1, 0.3, 0.5 и 0.7. Волновод не имеет заполнения, излучение производится в свободное пространство.

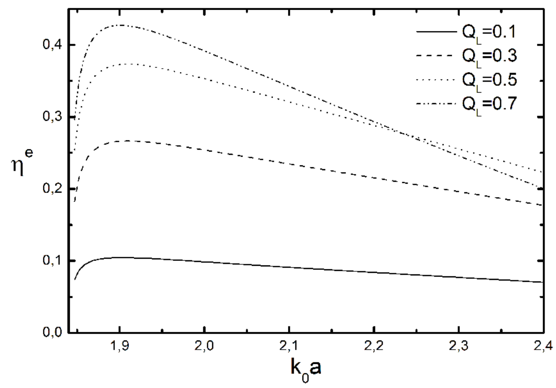

Рисунок 1 – зависимость эффективности возбуждения поверхностных волн от электрического размера волновода

Можно отметить, что эффективность возбуждения поверхностной существенно зависит от импеданса фланца: чем больше импеданс по абсолютному значению, тем большая доля мощности генератора расходуется на формирование и поддержание поверхностной волны, причём на низких частотах (вблизи критической частоты волновода) эффект наиболее заметен.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке антенн поверхностных волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – М.-Л.: Энергия, 1967. – с. 376.

2. Комаров С. А. Излучение из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1976. – т. 16. – с. 94–99.

3. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Основы теории дифракции. – М.: Наука, 1982. – с. 272.

Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова