

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ НАУЧНЫХ РАСЧЕТОВ MAPLE ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ГРУППОВЫХ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРОВОДЯЩЕЙ СТРУНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Н.Ф. Курильская

Проведен групповой анализ уравнения колебаний проводящей струны в магнитном поле. Найдена бесконечномерная группа операторов симметрии. Показана эффективность использования системы научных расчетов MAPLE для исследования групповых свойств и построения инвариантных решений исследуемого уравнения, соответствующих процессу затухающих колебаний с учетом демпфирующего действия магнитного поля. Указывается на двухволновой характер найденных решений. Библ. 4.

Постановка задачи

Рассматривается задача о колебаниях электропроводной струны в магнитном поле [1]. Концы струны закреплены и соединены идеальной электрической цепью. Магнитное поле считается однородным стационарным и действует на активном участке шириной $l = z_2 - z_1$. При колебаниях струны возникает электродвижущая сила, учитывающая интегрально движение струны в пределах активного участка. В результате создается распределенная силовая нагрузка, действующая на струну в пределах активного участка и зависящая от ее движения. Таким образом, задача приводится к следующему интегродифференциальному уравнению в частных производных

$$u_{tt} - a^2 u_{zz} + bu_t + c \int_{z_1}^{z_2} u_t dz = 0, \quad (1)$$

где $u(z, t)$ - функция смещения струны, a, b, c - постоянные коэффициенты.

Третий член в этом уравнении учитывает внешнее вязкое сопротивление, а четвертый - электромагнитную силу, которая имеет диссипативный характер. Уравнение (1) описывает малые линейные колебания струны в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции.

Начальные условия в общем случае записываются в виде

$$u(z, 0) = f_1(z); \quad u_t(z, 0) = f_2(z). \quad (2)$$

Для струны с закрепленными концами граничные условия имеют вид

$$u(0, t) = u(l_1, t) = 0, \quad (3)$$

где l_1 - длина струны.

Групповой анализ уравнения колебаний проводящей струны в магнитном поле с применением Maple 7

Целью работы является поиск групп симметрии данного уравнения и получение на их основе инвариантных решений. Заметим, что уравнение (1) является уравнением второго порядка относительно функции смещения $u(t, z)$, соответственно для поиска его оператора симметрии

$$X = \xi^1(t, z, u) \frac{\partial}{\partial t} + \xi^2(t, z, u) \frac{\partial}{\partial z} + \eta(t, z, u) \frac{\partial}{\partial u} \quad (4)$$

будем использовать определяющее уравнение

$$(X_2 F)|_{F=0} = 0, \quad (5)$$

где выражение F обозначает левую часть уравнения (1), а X_2 - второе продолжение оператора (4) [2, 3].

В системе научных вычислений MAPLE 7 существует пакет встроенных функций *liesymm*, решающих задачу поиска операторов симметрии для обыкновенных дифференциальных уравнений, однако уравнение (1) является уравнением в частных производных, и, кроме того, содержит интегральное слагаемое. Тем не менее применение системы MAPLE 7 на различных этапах поиска инвариантных решений позволяет существенно облегчить процесс этого поиска и частично автоматизировать его и в данном случае.

В явном виде (5) запишется в форме

$$(\xi^1 \frac{\partial}{\partial t} + \xi^2 \frac{\partial}{\partial z} + \xi^3 b + \xi_{11} - a^2 \xi_{22})|_{F=0} = 0 \quad (6)$$

Записывая выражения функций, входящих в (6), с учетом (1) и следуя обычной в групповом анализе процедуре [2], приходим к

системе уравнений для определения функций ξ^1, ξ^2, η

$$\begin{aligned}\xi_u^1 &= 0; \\ \xi_u^2 &= 0; \\ \eta &= \varphi(t, z)u + \psi(t, z); \\ \xi_z^2 &= \xi_t^1; \\ \xi_z^2 &= a^2 \xi_z^1; \\ b\xi_t^1 - \xi_{tt}^1 + a^2 \xi_{zz}^1 + 2\varphi_t &= 0; \\ b\xi_z^1 + 2\varphi_z &= 0; \\ b\varphi_t + \varphi_{tt} - a^2 \varphi_{zz} &= 0; \\ b\psi_t + \psi_{tt} - a^2 \psi_{zz} + \xi^1 \theta + \theta(2\xi_t^1 - \varphi) &= 0.\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь $\theta(t)$ - интегральное слагаемое в уравнении (1).

Преобразования системы (7), включая соответствующее расщепление последнего уравнения при помощи операторов пакета *PDEtools* MAPLE 7 вида *splitsys(sys, funcs)* приводят к системе

$$\begin{aligned}\xi^1 &= C_1 - 2C_2 z - 2C_3; \\ \xi^2 &= -2a^2 C_2 t + C_4; \\ \eta &= (C_2 z + C_3)u + \psi,\end{aligned}\quad (8)$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4 - const$, а функция ψ должна быть решением уравнения

$$b\psi_t + \psi_{tt} - a^2 \psi_{zz} + C_1 \theta + (C_2 z + C_3) \cdot (2\theta + \theta) = 0. \quad (9)$$

Таким образом, алгебра Ли инфинитезимальных симметрий уравнения (1) в общем случае порождена четырьмя векторными полями

$$\begin{aligned}X_1 &= \frac{\partial}{\partial t}; \\ X_2 &= -2z \frac{\partial}{\partial t} - 2a^2 t \frac{\partial}{\partial z} + zu \frac{\partial}{\partial u}; \\ X_3 &= -2 \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial u}; \\ X_4 &= \frac{\partial}{\partial z};\end{aligned}\quad (10)$$

и бесконечномерной подалгеброй

$$X_\psi = \psi(t, z) \frac{\partial}{\partial u}, \quad (11)$$

где ψ - произвольное решение уравнения (9).

На основании вычисления элементов таблицы коммутаторов Кэли [3, 4] заключаем, что группа операторов симметрии (10)-(11) является замкнутой (коммутаторы вычисляются в MAPLE 7 при помощи операторов вида *Xcommutator(X_i, X_j)*).

Соответственно однопараметрические группы G_i , порожденные полями X_i , даются тогда следующими формулами [3] (образы точки (z, t, u) при преобразовании $\exp(\varepsilon X_i)$):

$$\begin{aligned}G_1 &: (z, t + \varepsilon, u); \\ G_2 &: (t - 2\varepsilon z, z - 2a^2 \varepsilon t, u \exp(\varepsilon z + \varepsilon^2 t)); \\ G_3 &: (z, -2(t + \varepsilon), e^\varepsilon u); \\ G_4 &: (z + \varepsilon, t, u); \\ G_\psi &: (z, t, u + \varepsilon \psi(z, t)).\end{aligned}\quad (12)$$

Поскольку каждая группа (12) является группой симметрий, то [3] если $u(z, t) = f(z, t)$ - решение исходного уравнения (1), то функции

$$\begin{aligned}u^{(1)} &= f(z, t - \varepsilon); \\ u^{(2)} &= \exp(\varepsilon z + \varepsilon^2 t) f(z + 2a^2 \varepsilon t, t + 2\varepsilon z); \\ u^{(3)} &= \exp(\varepsilon) f(z, -2(t - \varepsilon)); \\ u^{(4)} &= f(z - \varepsilon, t); \\ u^{(\psi)} &= f(z, t) + \varepsilon \psi(z, t),\end{aligned}\quad (13)$$

где ε - произвольное число, а $\psi(z, t)$ - произвольное решение уравнения (9), тоже являются решениями исходного уравнения (1).

Группы G_1 и G_4 демонстрируют временную и пространственную инвариантность исходного уравнения (1)), а группа G_ψ - его линейность. Заметим, что наиболее общая однопараметрическая группа симметрий получается, если рассмотреть общую линейную комбинацию векторных полей (10) - (11), но проблемой остается то, что функция ψ , входящая в соответствующие операторы симметрии, удовлетворяет не исходному уравнению (1), а уравнению (9), которое будет экви-

валентно уравнению (1) только в частном случае при условиях

$$\begin{aligned} C_1 - 2C_3 &= 0; \\ C_2 &= 0; \\ C_3 &= 1. \end{aligned} \quad (14)$$

Но условия (14) меняют и вид функций (8), входящих в операторы симметрии, и соответственно вместо векторных полей (10) получаем более простой случай

$$X_1 = \frac{\partial}{\partial z}; X_2 = u \frac{\partial}{\partial u}, \quad (15)$$

что вместе с бесконечномерной подалгеброй (11) дает уже другие возможности для исследования групповых свойств исходного уравнения. Отметим, что группа (11), (15) также замкнута. Соответственно выражения (12) и (13) обратятся здесь в следующие:

$$\begin{aligned} G_1 &: (z + \varepsilon, t, u); \\ G_2 &: (z, t, e^\varepsilon u); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} G_\psi &: (z, t, u + \varepsilon \psi); \\ u^{(1)} &= f(z - \varepsilon, t); \\ u^{(2)} &= e^\varepsilon f(z, t); \\ u^{(\psi)} &= f(z, t) + \varepsilon \psi. \end{aligned} \quad (17)$$

В (16)-(17) в качестве $f(z, t)$ и $\psi(z, t)$ уже имеются в виду произвольные решения исходного уравнения колебаний струны (1).

Далее задача о классификации решений, инвариантных относительно группы, сводится к задаче о классификации подгрупп найденной полной группы симметрий относительно сопряжения [3], т.е. требуется найти оптимальную систему одномерных подалгебр алгебры симметрии исходного уравнения.

Однако следует заметить, что исключение из рассмотрения, как это принято обычно [3] оператора симметрии (11) может привести в данном случае только к решениям исходного уравнения, которые, хотя и являются инвариантными относительно группы, тем не менее не являются периодическими, т.е. не удовлетворяют физическому смыслу задачи. Таким образом, неизбежно приходим к необходимости привлекать к рассмотрению оператор (11). Однако решить соответствующие характеристические уравнения можно будет только задавая конкретный вид функций $\psi(t, z)$, а так как последние удовлетворяют

тому же исходному уравнению (1), то это все равно как задать сразу вид искомой функции смещения.

Таким образом, для дальнейшего поиска инвариантных решений исходного уравнения групповым методом необходимо отказаться от упрощающего предположения и вернуться к рассмотрению группы операторов (10)-(11). Для этого случая функции $\psi(t, z)$ должны удовлетворять уравнению (9), отличающемуся от исходного, т.е. их вид уже можно будет задать заранее. В частности, при дополнительном упрощающем предположении

$$C_2 = 0 \quad (18)$$

изменится и вид базисных операторов симметрии (10), теперь в них будет отсутствовать оператор X_2 (остальные операторы сохранят свой вид).

Далее при помощи дополнительных предположений о виде функции $\psi(t, z)$ можно в некоторых случаях найти конкретные конечномерные группы и соответствующие комбинации линейных операторов, допускающих существование инвариантных решений периодического характера. Приведем здесь инвариантные решения, полученные для некоторых комбинаций операторов симметрий (10)-(11) при дополнительных предположениях и соответствующих ограничениях.

Инвариантные решения уравнения колебаний проводящей струны в магнитном поле

Случай I

Рассмотрим частное решение редуцированной системы (7) вида

$$\xi^1 = C_1; \quad \xi^2 = 0; \quad \varphi = C_3. \quad (19)$$

Здесь C_1, C_3 - constant.

Зададим также вид функции ψ :

$$\psi(t, z) = f_1(t)f_2'(z) + f_3(t). \quad (20)$$

Здесь функции f_1, f_2, f_3 в общем случае комплекснозначны и должны быть определены в процессе решения, что достаточно легко сделать в пакете *PDEtools* MAPLE 7

при помощи оператора $pdsolve(PDE)$, дающего возможность найти общее решение уравнения в частных производных. При этом из условия разделения переменных в уравнении (9) следует, что они должны удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} b f_1 f_2' + f_1 f_2' - a^2 f_1 f_2''' = 0; \\ (b f_3' + f_3) + C_1 \theta - C_3 \theta = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда в данном случае получим четырехпараметрическую группу операторов симметрии вида

$$\begin{aligned} X_1 = \frac{\partial}{\partial t}; \quad X_2 = u \frac{\partial}{\partial u}; \\ X_3 = f_1 f_2' \frac{\partial}{\partial u}; \quad X_4 = f_3 \frac{\partial}{\partial u}. \end{aligned} \quad (22)$$

Операторы X_1 и X_2 в (22) имеют характер трансляции и растяжения, как и обычно для физических задач, а тип остальных операторов зависит от функций f_1, f_2, f_3 .

Найденная группа операторов симметрии допускает инвариантные решения, соответствующие линейной комбинации операторов $X_1 + X_3 - X_4$ в комплексной форме

$$\begin{aligned} u(z, t) = \sum_{l=1}^{\infty} C_k \exp \left(- \left(\frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i \gamma_{2k} \right) t \right) \cdot \\ \cdot \left[sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) z - sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) l + \right. \\ \left. + sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) (l_1 - z) \right] \left(b_1 - \frac{b}{2} - \gamma_{1k} - \right. \\ \left. - i \gamma_{2k} \right)^{-1} (sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) l_1)^{-1}; \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u(z, t) = \sum_{l=1}^{\infty} C_k \exp \left(\left(-\frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i \gamma_{2k} \right) t \right) \cdot \\ \left[sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) z - sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) l + \right. \\ \left. + sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) (l_1 - z) \right] \left(b_1 - \frac{b}{2} + \gamma_{1k} + \right. \\ \left. + i \gamma_{2k} \right)^{-1} (sh(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) l_1)^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

В (23) и (24) использованы обозначения

$$\begin{aligned} \gamma_{1k} = \frac{\sqrt{2}}{4} \left[\left(b^4 + 8b^2 a^2 (\delta_{1k}^2 - \delta_{2k}^2) + 16a^4 (\delta_{1k}^2 + \delta_{2k}^2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \right. \\ \left. + b^2 + 4a^2 (\delta_{1k}^2 - \delta_{2k}^2) \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \gamma_{2k} = \frac{\sqrt{2}}{4} \left[\left(b^4 + 8b^2 a^2 (\delta_{1k}^2 - \delta_{2k}^2) + 16a^4 (\delta_{1k}^2 + \delta_{2k}^2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \right. \\ \left. - b^2 - 4a^2 (\delta_{1k}^2 - \delta_{2k}^2) \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Кроме того,

$$\begin{aligned} \lambda_k = \lambda_{1k} + i \lambda_{2k}; \\ \lambda_{1k} = a^2 (\delta_{1k}^2 - \delta_{2k}^2); \\ \lambda_{2k} = 2a^2 \delta_{1k} \delta_{2k}. \end{aligned} \quad (26)$$

Заметим, что решения (23)-(24) записаны в виде бесконечных рядов, т. к. соответствующее уравнение частот, получающееся из граничных условий для струны с закрепленными концами, дает бесконечное множество решений. Кроме того, т.к. решения (23) и (24) комплексные, в этом случае мы имеем дело с двухволновыми процессами [1]. Выделяя в выражении (23) действительную и комплексную части, получаем два решения, смещенные по фазе относительно друг друга на $\pi/2$. При этом соответствующие коэффициенты рядов включают в себя комбинации тригонометрических и гиперболических функций.

Аналогичные решения получаются и для выражения (24) с небольшой заменой знаков в коэффициентах рядов. Соответственно из граничных условий получаем систему комплексных уравнений частот:

$$\begin{aligned} (\delta_{1k} + i \delta_{2k}) \left(b_1 - \frac{b}{2} - \gamma_{1k} - i \gamma_{2k} \right) sh \cdot \\ \cdot (\delta_{1k} + i \delta_{2k}) l_1 = c \cdot \\ \cdot \left[ch(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) z_2 \right. \\ \left. - ch(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) z_1 \right. \\ \left. - ch(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) (l_1 - z_2) \right] \\ \left. + ch(\delta_{1k} + i \delta_{2k}) (l_1 - z_1) \right], \end{aligned} \quad (27)$$

($k=1,2,3,\dots$).

При этом система (27) преобразуется в систему трансцендентных уравнений относительно δ_{1k} и δ_{2k} .

Случай II.

Будем теперь искать функцию φ в форме

$$\varphi(z, t) = \varphi_1(t)\varphi_2(z) + \varphi_3(t). \quad (28)$$

При этом (из редуцированной системы уравнений (13)) должны иметь место условия

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{a^2 \varphi_2''}{\varphi_2} = -\lambda^2, \quad (k=1,2,3) \quad (29)$$

Здесь λ - комплексная постоянная.

Положим дополнительно, что функция ψ имеет вид

$$\psi(z, t) = f(t) \left[\frac{A \exp((\beta_1 + i\beta_2)z) + B}{\exp(-(\beta_1 + i\beta_2)z)} \right]. \quad (30)$$

Здесь A, B, β_1, β_2 - действительные постоянные, а f в общем случае комплекснозначная функция. Тогда в результате решения редуцированной системы (13) с помощью пакета *PDEtools* MAPLE 7 приходим к четырехпараметрической группе операторов симметрии с базисом

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{\partial}{\partial t} - \frac{u}{2} \frac{\partial}{\partial u}; & X_2 &= \frac{\partial}{\partial z}; \\ X_3 &= f \exp((\beta_1 + i\beta_2)z) \frac{\partial}{\partial u}; \\ X_4 &= f \exp(-(\beta_1 + i\beta_2)z) \frac{\partial}{\partial u}. \end{aligned} \quad (31)$$

Эта группа допускает четыре комплексных инвариантных решения, удовлетворяющих граничным условиям закрепления концов струны и имеющих характер затухающих колебаний. В частности, для линейной комбинации операторов (31) $X_2 + X_3$ имеем

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp\left(\left(-\frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i\gamma_{2k}\right)t\right) \cdot \\ &\cdot \left[\frac{c(B_{1k} + iB_{2k})}{b_1 - \frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i\gamma_{2k}} + \frac{\exp((\beta_{1k} + i\beta_{2k})z)}{\beta_{1k} + i\beta_{2k}} \right], \end{aligned} \quad (32)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \beta_{2k} &= \frac{\pi k}{l_1}; \\ B_{1k} + iB_{2k} &= (\beta_{1k} + i\beta_{2k})^{-2} \cdot \\ &\cdot [\exp((\beta_{1k} + i\beta_{2k})z_2) - \exp((\beta_{1k} + i\beta_{2k})z_1)]; \\ c(B_{1k}\beta_{1k} - B_{2k}\beta_{2k}) &= b_1 - \frac{b}{2} + \gamma_{1k}; \\ c(B_{1k}\beta_{2k} - B_{2k}\beta_{1k}) &= \gamma_{2k}; \\ &(k=1,2,3...), \end{aligned} \quad (33)$$

а γ_{1k} и γ_{2k} удовлетворяют уравнениям

$$4\gamma_k^2 = b^2 + 4a^2(\beta_{1k} + i\beta_{2k})^2, \quad (k=1,2,3...). \quad (34)$$

Соответственно для линейной комбинации операторов (31) $X_2 + X_4$ имеем решение

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp\left(\left(-\frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i\gamma_{2k}\right)t\right) \times \\ &\times \left[\frac{c(B_{1k} + iB_{2k})}{b_1 - \frac{b}{2} + \gamma_{1k} + i\gamma_{2k}} + \frac{\exp(-(\beta_{1k} + i\beta_{2k})z)}{\beta_{1k} + i\beta_{2k}} \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь имеют место также выражения (33) и (34) с изменением знака правой части выражений (33).

Аналогично для линейной комбинации операторов (31) $X_2 + X_3 + X_4$ имеем

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\beta_{2k}} \exp\left(-\frac{b}{2}t\right) \cdot \\ &\cdot (A_k \operatorname{sh} \gamma_k t + D_k \operatorname{ch} \gamma_k t) \sin \beta_{2k} z. \end{aligned} \quad (36)$$

Здесь

$$\gamma_k^2 = 4a^2 \beta_{2k}^2 - b^2, \quad (k=1,2,3...), \quad (37)$$

а β_{2k} определяются выражениями (33). Заметим, что решение (36) имеет место только при условии

$$\cos \beta_{2k} z_2 = \cos \beta_{2k} z_1, \quad (k=1,2,3...). \quad (38)$$

Для линейной комбинации операторов (31) $X_2 + X_3 - X_4$ получаем решение

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ НАУЧНЫХ РАСЧЕТОВ MAPLE ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ГРУППОВЫХ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ПРОВОДЯЩЕЙ СТРУНЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

$$u(z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{\beta_{2k}} \exp \left(\left(-\frac{b}{2} + \gamma_{2k} \right) t \right) \cdot \left[\left(b_1 - \frac{b}{2} - \gamma_{1k} \right) \frac{\beta_{2k} \sin \frac{\beta_{2k} l}{2} \cos \frac{\beta_{2k} (z_1 + z_2)}{2 l_1}}{\left(b_1 - \frac{b}{2} \right)^2 + \gamma_{2k}^2} + \cos \beta_{1k} z \right], \quad (39)$$

где

$$\beta_{2k} = \frac{2\pi k}{l_1}; \quad (40)$$

Здесь γ_{2k} определяются выражениями (37) и могут быть только мнимыми.

Необходимо отметить, что использование действительных функций в данном случае позволяет получить только решение без учета электромагнитного воздействия на колебания струны. Такое решение может служить тестовым для исследования колебаний струны в магнитном поле, т.к. дает возможность лишь найти условия отсутствия электромагнитного демпфирования. Исследование же самого процесса колебаний проводящей струны в магнитном поле неизбежно приводит к переходу в комплексную область и соответственно к учету двухволнового характера полученных решений.

Кроме того, характер найденных инвариантных решений позволяет сделать вывод об избирательности воздействия магнитного поля на различные моды колебаний и существенную зависимость частот колебаний от характеристик магнитного поля и размеров активного участка (в данной задаче рассматривался случай одного активного участка в пределах длины струны, но так как не было найдено никаких дополнительных ограничений на этот счет, можно заключить, что найденные решения могут иметь место и в случае нескольких активных участков, но при условии, что величина индукции магнитного поля на каждом из участков будет одной и той же, а само поле будет однородным и стационарным).

Заключение

Сравнивая найденные инвариантные решения с результатами исследования коле-

баний струны приближенным методом расщепления [1], можно видеть, что характер решений получился тем же самым, но использование методов группового анализа позволило в данном случае избежать обычной для метода расщепления процедуры последовательного интегрирования бесконечной системы дифференциальных уравнений для временных функций, входящих в качестве множителя в ряд разложения искомой функции смещения по собственным амплитудным функциям, которые изначально считаются синусоидальными. При использовании же методов группового анализа синусоидальность амплитудных функций не задается заранее, а характер последних получается на основании естественных ограничений, накладываемых на возможные решения определяющего уравнения, что в принципе не исключает также возможности использования других видов функций, удовлетворяющих условиям периодичности, в частности, комбинаций различных тригонометрических и гиперболических функций, что естественным образом приводит к выражениям амплитудных функций в виде функций Крылова и их комбинаций, что особенно удобно при комплексной записи полученных решений.

Все вышесказанное демонстрирует эффективность и перспективы приложения методов группового анализа и компьютерной алгебры, в частности, системы MAPLE 7, к исследованию колебательных процессов в системах с распределенными параметрами при дополнительном воздействии на них со стороны внешних силовых полей заданного характера типа магнитного поля, рассмотренного в представленной задаче.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tomilin A.K. Nonlinear vibrations of electroconductive string in magnetic field// Proceedings of XXIX Summer School "Advanced Problems in Mechanics", t.1.: S.-Petersburg, 2001. - P. 334-341.
2. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике // М., Наука, 1983.- С. 280.
3. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям // М., Мир, 1989.- С. 639.
4. Емельянова И.С. Групповой анализ дифференциальных уравнений в примерах и задачах // Н.Новгород, ННГУ, 2001.- С. 74.