

АНАЛИЗ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА АНАЭРОБНОГО СБРАЖИВАНИЯ В МЕТАНТЕНКАХ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКОЙ

В.Я. Федянин

Переработка органических отходов сельскохозяйственного производства, домашнего хозяйства и любой другой биомассы при помощи микробов открывает широкие перспективы для использования ее в целях получения биогаза - высококачественного источника энергии.

Значительное повышение цен на энергоносители вызвало дополнительные трудности в энергоснабжении сельских потребителей, традиционно находящемся в неудовлетворительном состоянии. Поэтому в последнее время усилился интерес к исследованиям анаэробной переработки отходов животноводства с целью использования их как возобновляемых источников энергии, доступных сельским жителям.

В литературе [1-4] для описания микробиологических процессов наиболее часто приводится система уравнений, основанных на зависимостях Михаэлиса-Ментен и Моно.

Скорость роста общей (недифференцированной по микроорганизмам) биомассы определяется уравнением:

$$\frac{dX}{dt} = \mu X - bX,$$

где X – концентрация активной биомассы, кг (БВБ)/м³ (БВБ – беззольное вещество биомассы); μ – удельная скорость роста, сут.⁻¹; b – удельная скорость отмирания биомассы, сут.⁻¹.

Удельная скорость роста зависит от концентрации субстрата по уравнению Моно:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_s + S},$$

где μ_m – максимальная удельная скорость роста, сут.⁻¹; S – концентрация субстрата, кг ХПК/м³ (ХПК – величина химического потребления кислорода); K_s – константа сродства субстрата S к биомассе X , кг ХПК/м³.

Скорость убыли субстрата

$$\frac{dS}{dt} = -mX/Y_{X/S},$$

где $Y_{X/S}$ – экономический коэффициент, кг БВБ/кг ХПК. Этот коэффициент показывает,

какая часть разложившегося субстрата непосредственно превращается в клеточную биомассу.

Система уравнений (1), (2), (3) не учитывает полисубстратность органических веществ (ОВ) и многовидовой состав микрофлоры.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{Y_{X/S} S_{BX}}, & s &= \frac{S}{S_{BX}}, & \phi &= t\mu_m, \\ y &= \frac{b}{\mu_m}, & K &= \frac{K_s}{S_{BX}} \end{aligned} \quad (4)$$

где S_{BX} – концентрация субстрата, загружаемого в метантенк.

Тогда исходные уравнения могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{dx}{d\phi} = \frac{xs}{K+s} - yx, \quad (5)$$

$$\frac{ds}{d\phi} = -\frac{xs}{K+s}. \quad (6)$$

Несмотря на сложность компонентного состава сбраживаемых органических веществ, который часто неизвестен, существует достаточно простое соотношение между количеством распавшегося органического вещества и количеством метана, который может при этом образоваться. Это связано с тем, что процесс метанового брожения протекает в отсутствие свободного кислорода а значит при неизменной общей массе ХПК системы, распределяющейся на ХПК метана и ХПК образовавшейся биомассы микроорганизмов. Из этого следует:

$$M_v = Y_{m/s} (S_{BX} - S - X_{ПК6} X'), \quad (7)$$

где M_v – объем образовавшегося метана (при нормальных условиях) в расчете на один м³ исходного субстрата, м³ СН₄/м³; $X_{ПК6}$ – ХПК от массы беззольного органического вещества микроорганизмов; $Y_{m/s}$ – выход метана в расчете на один кг ХПК, м³ СН₄/кг

АНАЛИЗ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА АНАЭРОБНОГО СБРАЖИВАНИЯ В МЕТАНТЕНКАХ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКОЙ

ХПК, $X' = X + b \int_0^t X dt$ - суммарная концентрация биомассы (активная + отмершая).

Исходя из эмпирической формулы анаэробной биомассы $C_5H_9O_3N$ [2] легко получить величину

$$X_{ПК_6} = \frac{5 \cdot 32}{5 \cdot 12 + 9 \cdot 1 + 3 \cdot 16 + 1 \cdot 14} \approx 1,2.$$

Образование одного моля метана соответствует уменьшению ХПК на 64 г. Отсюда

$$Y_{\frac{м^3}{с}} = \frac{22,4}{64} \approx 0,35 \text{ м}^3 \text{ CH}_4/\text{кг ХПК}.$$

Используя результаты решения системы дифференциальных уравнений (1), (3) и уравнение (7) получим теоретическую зависимость выхода метана в условиях, для которых проводились соответствующие эксперименты по определению практического предела сбраживания отходов КРС (линия 1) и свиней (линия 2) (см. рис. 1). Из рис.1 видно, что расчетные зависимости хорошо согласуются с результатами экспериментов [5].

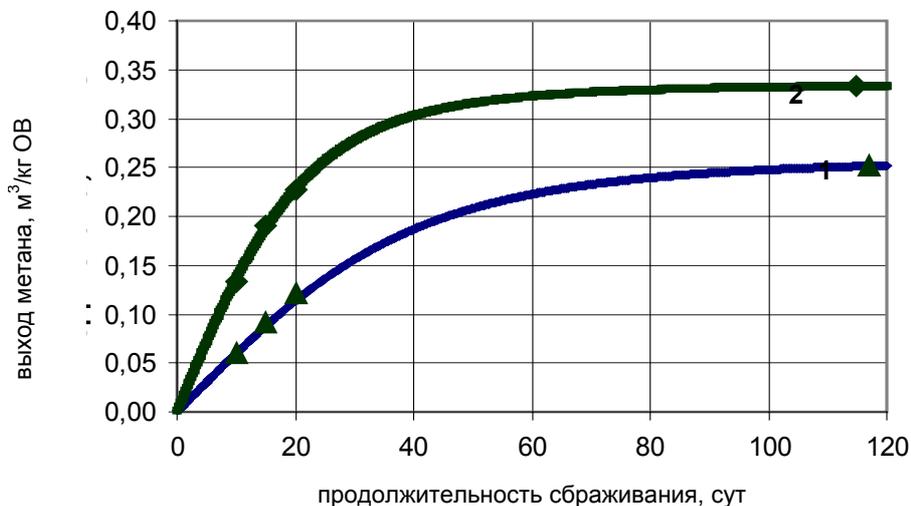


Рис.1 Выход метана при длительном сбраживании отходов КРС (1) и свиней (2).

Условия проведения процессов:

КРС - $X_{пкс}=1,4$ [6], $S_{вх} = 63$ кг ХПК/м³, $T=30^\circ\text{C}$;

Свиньи - $X_{пкс}=1,2$ [6], $S_{вх} = 36$ кг ХПК/м³, $T=30^\circ\text{C}$.

Кинетические параметры выбирались в соответствии с рекомендациями, изложенными в технической литературе:

$$b=0,03 \text{ сут}^{-1}, Y_{\%} = 0,18 \text{ кг БВБ/кг ХПК, [2],}$$

$$\mu_m = 0,261 \text{ сут}^{-1} [1].$$

В связи с тем, что часть исходного органического вещества представляет собой лигнино-гумусовый комплекс, который в газообразовании не участвует, практический предел сбраживания выбирался с учетом рекомендаций [1]:

- для отходов КРС - $R_1=0,656$;
- для отходов свиней - $R_1=0,761$.

Константы K_s уточнялись из условия наилучшего согласования с результатами экспериментов и составили:

- для отходов КРС - $K_s = 270$ кг ХПК/м³;
- для отходов свиней - $K_s = 130$ кг ХПК/м³.

Хорошее согласование теоретических кривых с результатами экспериментов свидетельствует о том, что простая моносубстратная кинетическая модель может удовлетворительно описывать выход метана в анаэробных процессах.

Проведем качественный анализ поведения решений системы уравнений (4), (5) при периодической загрузке метантенка. Если t_0 - период времени между загрузкой и выгрузкой метантенка, сут., V_0 - доза загрузки, м³, V - объем рабочего пространства метантенка, то начальные значения концентраций S_0 и X_0 для $i+1$ цикла связаны со значениями конеч-

ных концентраций для i цикла следующими соотношениями:

$$S_0^{i+1} = S_k^i + \frac{V_0}{V}(S_{\text{вх}} - S_k^i), X_0^{i+1} = X_k^i \left(1 - \frac{V_0}{V}\right).$$

Соответствующие выражения в безразмерном виде:

$$s_0^{i+1} = s_k^i + \varphi(1 - s_k^i), x_0^{i+1} = x_k^i(1 - \varphi), \quad (8)$$

где $\varphi = \frac{V_0}{V}$ - доза разбавления.

Решения системы уравнений (4), (5) определяют фазовую траекторию системы в трехмерном пространстве (τ, s, x) :

$$\begin{aligned} s_k &= s_k(\varphi_0, s_0, x_0, y, K), \\ x_k &= x_k(\varphi_0, s_0, x_0, y, K). \end{aligned}$$

Рассматривая решения (9) совместно с рекуррентными соотношениями (8) как отображение фазовой плоскости (s_k, x_k) на себя, найдем инвариантные точки, удовлетворяющие условиям:

$$s_k^{i+1} = s_k^i, x_k^{i+1} = x_k^i.$$

Разделив уравнение (4) на уравнение (5) получим дифференциальное уравнение интегральных кривых на фазовой плоскости:

$$\frac{dx}{ds} = \frac{yK}{s} + y - 1.$$

Проинтегрировав уравнение (11) и используя соотношения (8), связывающие начальные значения концентраций биомассы и субстрата с конечными концентрациями для предыдущего цикла, найдем уравнение линии, точки которой удовлетворяют условиям инвариантности (10):

$$x_k = \frac{yK}{\varphi} \ln \frac{s_k}{s_k + \varphi(1 - s_k)} + (1 - y)(1 - s_k). \quad (12)$$

Сложив уравнения (4) и (5), получим:

$$\frac{d(x + s)}{d\varphi} = -yx.$$

Проинтегрировав левую и правую части уравнения (13) по интервалу времени $(0, \tau_0)$, используя соотношения (8), получим вторую линию, удовлетворяющую условиям инвариантности (10):

$$x_k = \frac{\varphi(1 - s_k)}{\varphi + \varphi y(2 - \varphi)\varphi_0}, \quad (14)$$

где безразмерный коэффициент $\varphi = \frac{1}{\varphi_0(x_k + x_0)} \int_0^{\varphi_0} x(\varphi) d\varphi < 1$ определяется при численном решении уравнений (4) и (5).

Рассматриваемое отображение фазовой плоскости на себя при любых значениях параметров процесса всегда имеет одну – тривиальную $(s=1, x=0)$ точку равновесия. Как показывают численные исследования эта точка неустойчива. Это означает то, что даже минимальная затравка микроорганизмов $(x_0 \ll 1)$ приведет к росту их концентрации и фазовая траектория системы через некоторое время удалится из окрестности этой точки.

Уравнение (14) – уравнение прямой, проходящей через точку $(s=1, x=0)$ и имеющей угловой коэффициент:

$$a = \frac{\varphi}{\varphi + \varphi y(2 - \varphi)\varphi_0}. \quad (15)$$

График уравнения (12) представлен на рис. 2. На рис. 2 видно, что при $a > a_{\text{кр}} = 1 - y(1 + K)$ инвариантные точки (кроме $s=1, x=0$) отсутствуют. Равновесие возможно лишь при определенной комбинации параметров процесса, при которых скорость загрузки $d = \frac{\varphi}{\varphi_0}$ удовлетворяет следующему неравенству:

$$d < d_{\text{кр}} = \frac{\varphi(2 - \varphi)[1 - y(1 + K)]}{(1 + K)}. \quad (16)$$

АНАЛИЗ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА АНАЭРОБНОГО СБРАЖИВАНИЯ В МЕТАНТЕНКАХ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАГРУЗКОЙ

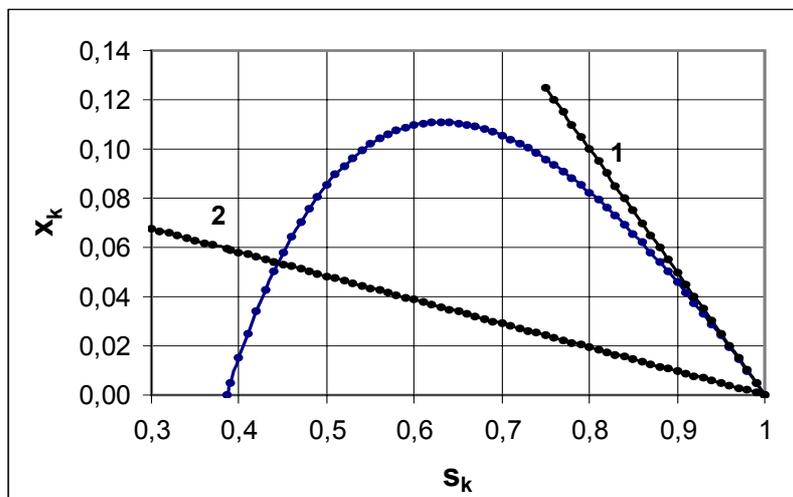


Рис. 2. Зависимость $x_k = f(s_k)$ при $y = 0.1, K = 4, \tau = 0.2$, прямые, проходящие через точку (1,0) и имеющие угловые коэффициенты: 1 - $a = a_{кр}$; 2 - $a = \frac{X_m}{(1-s_m)} < a_{кр}$

При $d > d_{кр}$ наступает так называемый режим вымывания, при этом время нахождения микроорганизмов в метантенке мало, а доза разбавления велика. Прирост биомассы не может компенсировать ее отток.

При выполнении неравенства (16) возможно состояние равновесия (см. рис. 2). В этих точках случайные отклонения концентрации будут автоматически компенсироваться и система будет находиться вблизи этой точки сколь угодно долго.

С учетом определения (16) выражение (15) может быть преобразовано к следующему виду:

$$a = \frac{a_{кр} \frac{d}{d_{кр}}}{1 - a_{кр} \left(1 - \frac{d}{d_{кр}}\right)}$$

Используя результаты проведенного анализа, рассмотрим важный для практики вопрос об оптимальных режимах работы метантенка при периодической загрузке.

С учетом формулы (7) производительность метантенка можно представить в следующем виде:

$$m_v = \frac{M_v}{t_0} = Y_{m/s} R_1 S_{вх} M_b \frac{1-s_k}{\tau} \cdot [d - X_{пк_6} Y_{x/s} a(d + \text{оуч})] \quad (18)$$

где m_v – удельная скорость выхода метана, $\text{м}^3 \text{CH}_4/\text{м}^3 \text{сут}$.

Зависимость удельной скорости выхода метана от дозы разбавления τ и скорости загрузки d приведены на рис. 3. Расчетные зависимости на рис. 3 получены при следующих значениях параметров процесса: $S_{вх} = 63 \text{ кг ХПК}/\text{м}^3$; $y = 0,1$; $R_1 = 0,761$; $K = 2,06$.

Из графиков на рис. 3 видно, что зависимость от технологических параметров τ и d весьма существенная. В приведенном на рис. 3 примере изменение скорости выхода метана более чем в 1,5 раза при изменении τ от 0,6 до 0,1. В реальных условиях доза разбавления и скорость загрузки метантенка, от которых зависит объем метантенка, выбирается с учетом капитальных затрат на создание биогазовой установки и стоимости ее эксплуатации. В этом случае расчет на основе кинетических уравнений, основанный на небольшом количестве определяемых опытным путем параметров, может явиться удобным инструментом в системе комплексных технико-экономических расчетов оптимальных параметров системы.

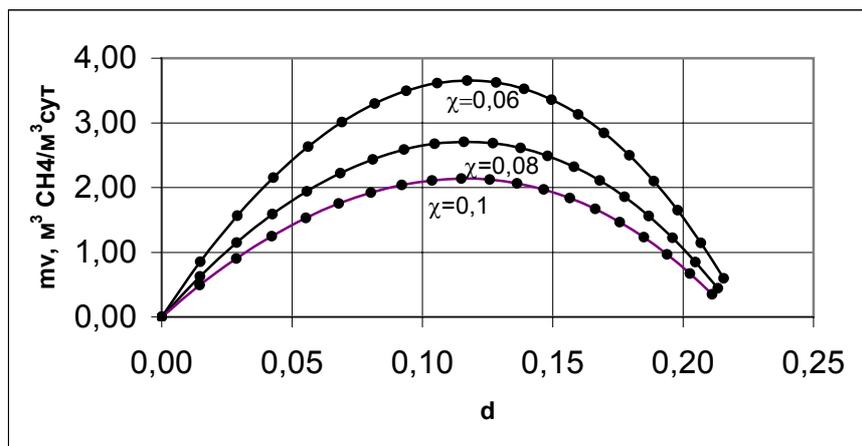


Рис.3. Зависимость скорости выхода метана от скорости загрузки метантенка при различных дозах разбавления; на кривых указана доза разбавления

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гюнтер Л.И., Гольдфарб Л.Л. Метантенки. М.: Стройиздат, 1991. – 128 с.
2. Калюжный С.В., Данилович Д.А., Новожевников А.Н. Анаэробная, биологическая очистка сточных вод // Итоги науки и техники. Биотехнология, т.29. М.: ВИНТИ. 1991. – 156 с.
3. Васильев В.Б., Вавилин В.А., Рытов С.В., Пономарев А.В. Имитационная модель анаэробного разложения органических веществ сообществом микроорганизмов. Основные уравнения // Водные ресурсы. 1993, т. 20, №6. – С. 714-725.
4. Заварзин Г.А., Калашников В.В., Кевбрин В.В., Петров С.Т. Моделирование метаногенного сообщества // Известия академии наук СССР. Серия биологическая. 1990. №1.
5. Баадер В., Доне Е., Брендерфер М. Биогаз: теория и практика (Пер. с нем. и предисловие М.И. Серебрянного). М. Колос, 1982. – 148 с.
6. Маринин В.Д. Экономические проблемы использования безотходных технологий. М.: НИИУ, 1992.