# ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ЗА ВОДОСБРОСНЫМИ СООРУЖЕНИЯМИ

### В.М. Иванов

Статья посвящена методике обработки данных физического эксперимента при исследовании пульсации давления для определения гидродинамической нагрузки от потока на крепление за водосбросными гидротехническими сооружениями

При определении гидродинамической нагрузки на крепление за гидротехническими водосбросными сооружениями необходимо обрабатывать экспериментальные данные, пульсации давления потока, отражающие случайные эргодические (стационарные во времени) процессы. Пульсации давления в физических экспериментах на модели фиксировались тензодатчиками ДДТ - 2, расположенными на разном расстоянии от водосливной грани модели гидротехнического сооружения, и выводились на бумажный носитель самописцами Н – 336 или через АЦП на ІВМ – совместимый компьютер. Тензодатчики были запитаны тензостанциями 8АНЧ - 21. Таким образом, пульсации давления были записаны в виде непрерывных кривых с длиной реализации 200с.

Анализ литературных источников [1,2,3,4] показал, что в настоящий момент нет достаточных рекомендаций по устранению ошибок обработки экспериментальных данных при замене непрерывного процесса числовыми массивами с определенным шагом квантования.

Для обработки результатов исследования был написан программный пакет, который позволяет получить следующие оценки: дисперсию, корреляционные функции, спектральные плотности с возможностью анализа влияния различных параметров обработки на конечный результат обработки – спектральную плотность пульсации давления.

Перед математической обработкой непрерывные кривые процессов были преобразованы в числовые последовательности (массивы) с шагом квантования (дискретизации) 0,01с по реализации.

В целях повышения точности измерений за счет увеличения развертки по амплитуде при измерении пульсации давления статическая составляющая измерялась пьезометрами, а динамическая составляющая отцентровывалась (матожидание приводилось к ну-лю).

Оценки математического ожидания P, дисперсии D и среднеквадратичного отклонения P` приведены ниже в виде интегральных сумм.

$$\overline{P} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} P(n\Delta t);$$
(1)

$$D = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [P(n\Delta t) - \overline{P}]^2;$$
(2)

$$P' = \sqrt{D}; \tag{3}$$

$$N = \frac{T}{\Delta t},$$
 (4)

где Т- время записи реализации;

 $\Delta t$  - шаг квантования;

n - порядковый номер ординаты;

N – количество точек реализации.

Оценки автокорреляционной и нормированной автокорреляционной функции

$$R(\tau) = R(m\Delta\tau) = R(mk\Delta t), \qquad (5)$$

где-∆τ = k∆t - величина шага, через который вычисляются значения корреляционной функции;

k =1, 2, 3... N – номер шага вычисления значения корреляционной функции

 $\Delta \tau = 1 \Delta t, 2 \Delta t; 3 \Delta t..., [N/k] \Delta t;$ 

 т. номер шага вычисления значения корреляционной функции и спектральной плотности;

$$m = 1, 2, 3 \dots [N/k];$$

$$R(\tau) = \frac{k}{N - nk} \sum_{n=0}^{N - mk - 1} P(n\Delta t) - \overline{P} \cdot [P((n + mk)\Delta t) - \overline{P}].$$
(6)

При m = 0 
$$R(t) = R(0) = D;$$
 (7)

$$R_{\mu}(\tau) = \frac{R(\tau)}{D}.$$
 (8)

Для эргодического случайного стационарного процесса при большом значении Т >> mk∆t значения Р и D для любого шага m вычисления корреляционной функции должны оставаться неизменными.

Оценки нормированных спектральных плотностей

$$S(\beta \Delta f) = S(f), \qquad (9)$$

где- $\Delta f$ - величина шага по частоте при вычислении спектральной плотности;

β - номер шага по частоте;

$$\beta_{\max} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\Delta f}; \qquad (10)$$

$$f_{min} \le f \le f_{max}; \tag{11}$$

Наивысшая частота, которую можно обнаружить при выбранном шаге ∆t при k = 1;

$$f_{\max} \le \frac{1}{2\Delta t} \tag{12}$$

Наинизшая частота, которую можно вычислить с достаточной точностью при выбранной длине реализации:

$$f_{\min} \approx 0.1 \frac{1}{N\Delta t} = \frac{1}{0.1T};$$
 (13)

Нормированная спектральная плотность

$$S(f)_{\mu} = \pi \Delta \tau \sum_{m=0}^{n} R_{\mu} (m \Delta \tau) \cos(2\pi \Delta f \beta m \Delta \tau),$$
(14)

где m = 0, 1, 2,....,m<sub>max</sub>- число шагов вычисления корреляционной функции.

Здесь представлена правая часть спектральной плотности

$$2\pi\Delta f \sum_{\beta=0}^{p_{\text{max}}} S(2\pi \cdot \beta \Delta f) = 0,5D \cdot$$
(15)

Преобразовав, получим

m

$$4\pi\Delta f \sum_{\beta=0}^{\beta_{\max}} S_{\mu} (2\pi \cdot \beta \Delta f) = 1$$
 (16)

На примере одной из реализаций рассмотрим обработку данных. После центрирования и вычисления дисперсии получили автокорреляционную функцию.

По автокорреляционной функции (рис. 1) в диапазоне частот от 0,01 Гц до 10 Гц вычислена спектральная плотность (рис. 2). При этом диапазон частот разбит условно на три поддиапазона:

-низкие частоты (от 0,01 Гц до 0,1 Гц); -средние частоты (от 0,1 Гц до 1 Гц); -высокие частоты (от 1 Гц до 10 Гц).



Рис.1. График исходной нормированной автокорреляционной функции. Шаг вычисления 0,05 с.

## ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ЗА ВОДОСБРОСНЫМИ СООРУЖЕНИЯМИ



Рис.2. График нормированной спектральной плотности по исходной нормированной автокорреляционной функции в логарифмических координатах. Шаг вычисленной автокорреляционной функции 0,05 с.



Рис. 3. График нормированной спектральной плотности с шагом квантования по автокорреляционной функции 0,005 с.

ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 1-2 2003

Вследствие перехода от непрерывных интегральных функций к дискретным с определенным шагом квантования при вычислении могли появиться следующие ошибки.

1. В процессе обработки автокорреляционной функции (см. рис. 1) вычислялась оценка спектральной плотности (см. рис. 2) в соответствии с формулой (16) для определения точности вычислений. При этом значение нормированной спектральной плотности получилось больше единицы. Эта ошибка возможно имеет место вследствие малого количества точек в периоде косинусоиды на высоких частотах вычисляемого диапазона. Для снижения влияния этой ошибки был уменьшен на один порядок шаг квантования автокорреляционной функции с одновременным увеличением на порядок количества точек автокорреляционной функции путем линейной интерполяции.

После уменьшения шага квантования автокорреляционной функции спектральная плотность приняла следующий вид (см. рис. 3):

При этом оценка спектральной плотности в соответствии с формулой (16) приняла значение близкое к единице и значения спектральной плотности в области высоких частот уменьшились на порядок, устремляясь к нулю. Отсюда делаем вывод, что по формуле (12) можно только обнаружить наивысшую частоту, но не отразить ее точно. Для этого шаг квантования надо уменьшить на порядок, хотя бы методом интерполяции.

2. Спектральная плотность отражает энергию процесса пульсации давления на определенной частоте. Следовательно, на частоте 0 Гц энергия процесса пульсации давления равна нулю, т.е. график спектральной плотности должен проходить через начало координат, что на рисунках 2 и 3 не наблюдается. Это происходит, предположительно, из-за того, что матожидание автокорреляционной функции не равно нулю.

Влияние этой ошибки устраняется путем наложения прямоугольного окна величиной, равной математическому ожиданию, на автокорреляционную функцию.

После наложения прямоугольного окна на автокорреляционную функцию спектральная плотность приняла более правильный вид (см. рис. 4):



Рис.4. График нормированной спектральной плотности с шагом квантования по автокорреляционной функции 0,005 с и наложенным прямоугольным окном, равным матожиданию.

#### ФИЗИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ЗА ВОДОСБРОСНЫМИ СООРУЖЕНИЯМИ

3. В данных исследованиях рассматриваются эргодические случайные процессы. Для таких процессов автокорреляционные функции стремятся к нулю [3, 4], если их длина стремится к бесконечности. Это не всегда выполняется. Для снижения влияния этой ошибки на некоторые автокорреляционные функции были наложены параболические окна с четвертой степенью параболы (рис. 5, 6). Спектральная плотность при наложении на автокорреляционную функцию последовательно параболического и прямоугольного окон имеет следующий вид (рис. 7).При этом незначительные изменения, в основном, происходят только в области высоких частот.



Рис. 5. График параболического окна.





ПОЛЗУНОВСКИЙ ВЕСТНИК № 1-2 2003



Рис. 7. График нормированной спектральной плотности при последовательном наложении на автокорреляционную функцию прямоугольного и параболического окон.



Рис. 8. Нормированная спектральная плотность после наложения окна сглаживания шириной в 10 точек графика спектральной плотности в диапазоне частот от 0,103 Гц до 10 Гц.

4. В процессе обработки результатов исследования также имеют место ошибки, проявляющие себя, например, на графике спектральной плотности как множество всплесков и флуктуаций в области высоких частот. Перечисленные ошибки могут быть исправлены путем наложения окна сглаживания определенной ширины в выбранном диапазоне частот на спектральную плотность (см. рис. 8). На этом рисунке приведена спектральная плотность после наложения окна сглаживания шириной в 10 точек графика.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В связи с дискретизацией при обработке измеряемого эргодического случайного процесса пульсации давления за водосбросными гидротехническими сооружениями методами математической статистики возможно возникновение ряда ошибок, которые могут быть устранены вышеописанными способами.

1) Уменьшение шага квантования на порядок по исходной реализации и нахождение автокорреляционной функции с таким же шагом или уменьшение шага квантования на порядок путем интерполирования вычисленной автокорреляционной функции.

 Чтобы спектральная плотность при нулевой частоте имела нулевое значение, на исходную автокорреляционную функцию накладывается прямоугольное окно величиной, равной матожиданию. 3) В соответствии с данными [3, 4], при стремлении аргумента автокорреляционной функции к бесконечности значения автокорреляционной функции должны стремиться к нулю. Это практически недостижимо, так как R(т) конечно. Для достижения этого накладывается параболическое окно, практически не меняющее сущность процесса.

4) Использование окна сглаживания позволяет устранить в области средних и высоких частот несущественные флуктуации процесса, а также увеличивает наглядность при сравнении спектральных плотностей между собой.

Способами (1, 2, 3) удалось получить площадь под графиком спектральной плотности, близкую к единице.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаев А.А., Сиволожская М.Н. Функции спектральной плотности пульсации гидродинамических нагрузок, действующей на плиты водобоя водосливных плотин. - Труды координационных совещаний по гидротехнике / ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. -1977. -Вып.116. -С.28-36.

2. Гидравлические расчёты водосбросных гидротехнических сооружений: Справочное пособие. М. :Энергоатомиздат, 1988. -624 с.

3. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов / Пер. с англ. - М.: Мир, 1974. - 464 с.

4. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа / Пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 312 с.