

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБНАРУЖЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПРЕОБЛАДАЮЩИХ ШУМОВ В ПРИБОРАХ КОНТРОЛЯ, ОСНОВАННЫХ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОСА

Т.В. Патрушева, Е.М. Патрушев

Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова  
г. Барнаул

В работе рассмотрен функциональный преобразователь на основе генератора хаоса, предназначенный для обнаружения слабых периодических сигналов на фоне помех, проведён численный анализ помехоустойчивости системы в разных режимах.

**Ключевые слова:** измерительный преобразователь, показатель Ляпунова, оптимальный обнаружитель, генератор хаоса.

Проблема обнаружения периодических сигналов на фоне помех в приборах контроля остаётся актуальной и имеет место в тех случаях, когда получаемый на вход прибора полезный сигнал слаб в сравнении с внутренними шумами или прибор в работе подвержен действию сильных внешних помех. Основные принципы приёма линейными системами основываются на использовании согласованного фильтра или корреляционного приёмника [2]. Использование нелинейных, в том числе и хаотических систем в качестве обнаружителей сигналов на фоне шумов, также известно, и выявлены основные достоинства данного подхода [5]. Исследователи в этой области сообщают о способности обнаружения известного сигнала на фоне шумов при соотношении сигнал/шум по мощности -20дБ [3] и даже вплоть до -90дБ [6]. Однако, в большинстве случаев рассматривается численная модель генератора Дуффинга-Холмса в привязке к возможности только численного обнаружения методами цифровой техники. В настоящей работе рассмотрен вариант обнаружителя аналоговых сигналов на основе хаотического MLC-генератора [4].

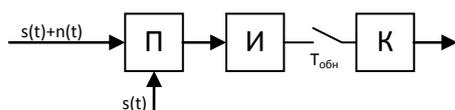


Рисунок 1 – Корреляционный обнаружитель известных сигналов: П – перемножитель, И – интегратор; К – компаратор

Рассмотрим схему корреляционного обнаружителя известных сигналов, получившего название приёмник Котельникова (рисунок 1).

На вход обнаружителя подаётся случайный процесс  $n(t)$ , представляющий собой помеху, и полезный сигнал  $s(t)$ , присутствие которого требуется обнаружить. Также, на вход перемножителя подаётся копия известного сигнала, строго синхронизированная с получаемым полезным сигналом. В результате когерентного приёма, через время обнаружения  $T_{обн}$ , на выходе интегратора устанавливается некоторое значение, которое в этот момент сравнивается в компараторе с некоторым порогом и выдаётся логический сигнал об обнаружении/необнаружении полезного сигнала. В зависимости от вероятности появления на входе сигнала  $s(t)$  устанавливается порог, если же эта вероятность неизвестна применяют критерий Неймана-Пирсона.

Статистический анализ предлагаемого подхода должен основываться на сравнении качественных характеристик обнаружителей, для которых вводят понятия вероятность ложной тревоги  $P_F$  и вероятность правильного обнаружения  $P_D$ . Доказано [2], что при обнаружении известных сигналов приёмником Котельникова, качественная характеристика зависит только от соотношения сигнал/шум по энергии  $q$ :

$$q = \sqrt{2E/N_0},$$

где  $E$  – энергия полезного сигнала;  $N_0$  – спектральная плотность помехи (односторонняя), при том, что соотношение

сигнал/шум по мощности SNR:

$$SNR = 10 \cdot \lg(P_S / P_N),$$

где  $P_S$  – мощность полезного сигнала;

$P_N$  – мощность помехи, не имеет большого значения на характеристики обнаружителя.

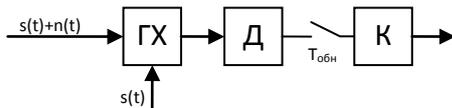
Для оптимального приёмника Котельникова получение качественной характеристики  $P_D(P_F)$  и характеристики обнаружения  $P_D(q)$  может быть сделано из следующей формулы:

$$P_D(q, P_F) = \Phi(q - \Phi^{-1}(1 - P_F)),$$

где  $\Phi$  – функция нормального распределения;

$\Phi^{-1}$  – функция, обратная  $\Phi$ .

Данная зависимость может рассматриваться как теоретически достижимый предел способности к обнаружению, вне зависимости от формы полезного сигнала. Также, можно сделать вывод о том, что оптимальный обнаружитель способен распознать сигнал при сколь угодно малом SNR, если время обнаружения будет достаточным чтобы получить желаемое  $q$ .



Условные обозначения:

ГХ – генератора хаоса; Д – детектор состояния; К – компаратор

Рисунок 2 – Обнаружитель периодических сигналов на основе генератора хаоса

Известный способ обнаружения сигналов с помощью бифуркаций в генераторе хаоса (рисунок 2) состоит в следующем: на вход генератора хаоса подаётся сигнал и, если он содержит только помеху  $n(t)$ , то вид движения в системе остаётся неизменным, например периодическим, если же во входном сигнале также присутствует и полезный сигнал  $s(t)$  – то, в результате касательной бифуркации, происходит потеря устойчивости периодического движения и наступает хаотический режим. Процесс смены устойчивости движения не может быть мгновенным и требуется некоторое время на переходный процесс, которое в любом случае должно удовлетворять условию:

$$T_{обн} \geq \frac{10}{2B} \cdot \frac{SNR}{10} \cdot (\Phi^{-1}(P_D) + \Phi^{-1}(1 - P_F)),$$

где  $B$  - полоса частот помехи.

При этом, сам механизм обнаружения существенно отличается от корреляционного метода, в котором по сути с течением времени происходит накопление полезного сигнала в интеграторе. Генератор хаоса под внешним периодическим воздействием меняет характер устойчивости движения так, что с течением времени изображающая точка в фазовом пространстве теряет синхронность своего движения с опорным сигналом.

Считая периодическое движение ламинарным, а хаотическое – чередованием (перемежаемостью) длительных ламинарных фаз с короткими турбулентными выбросами, можно предложить структуру детектора. Суть работы детектора такова, что на его выходе должен быть сигнал, соответствующий количеству турбулентных выбросов за время обнаружения. Поскольку в хаотическом режиме длительность ламинарных фаз носит случайный характер, то требуется некоторый запас времени обнаружения, чтобы безошибочно определить состояние системы.

За основу может быть взята практически любая неавтономная система, демонстрирующая хаотическое поведение. Одним из представителей семейства Чуа является неавтономный генератор Murali – Lakshmanan – Chua, получивший название MLC – цепь [4]. MLC – цепь - топологически проста, имеет два реактивных элемента и один нелинейный элемент с кусочно-линейной характеристикой, имеется опорный генератор, относительно которого легко анализировать состояния этой цепи (рисунок 3).

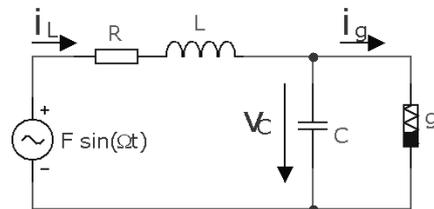


Рисунок 3 – MLC-цепь

Хаотическая MLC-цепь, в которую подается обнаруживаемый сигнал  $d \sin \omega \tau$  в присутствии шумовой помехи, может быть описана следующим уравнением:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = y - h(x) \\ \frac{dy}{d\tau} = -\beta y - \beta x + f \sin \omega \tau + (d \sin \omega \tau + \sigma \cdot n(\tau)) \end{cases}, (1)$$

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБНАРУЖЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПРЕОБЛАДАЮЩИХ ШУМОВ В ПРИБОРАХ КОНТРОЛЯ, ОСНОВАННЫХ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОСА

где  $n(t)$  – гауссовский случайный процесс, с нулевым средним значением, равномерным, частотно ограниченным спектром, действующим значением равном 1.

Бифуркации могут наблюдаться при плавном изменении любого из параметров в уравнении (1), следовательно для построения вариантов амплитудного ( $f$ ) и параметрического ( $\beta$ ) преобразования в датчиках были найдены наиболее подходящие критические точки при вариации этих параметров.

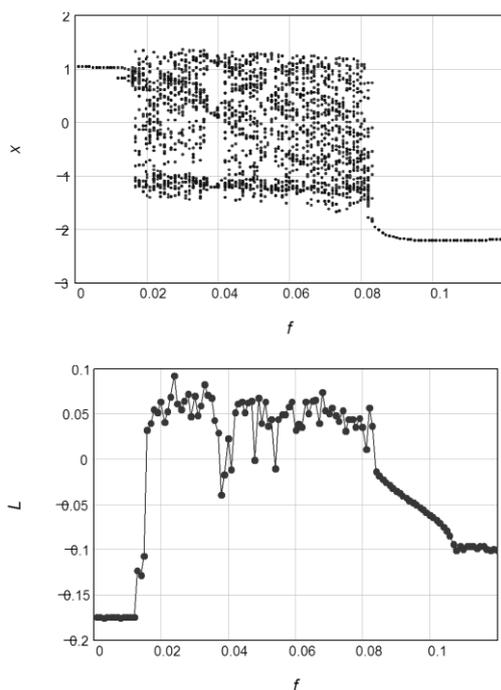


Рисунок 4 – Однопараметрическая бифуркационная диаграмма и соответствующий ей старший показатель Ляпунова при  $\beta = 0,9$ ;  $\omega = 0,4$ . Характерной особенностью является касательная бифуркация при  $f_{кр}=0,08251$

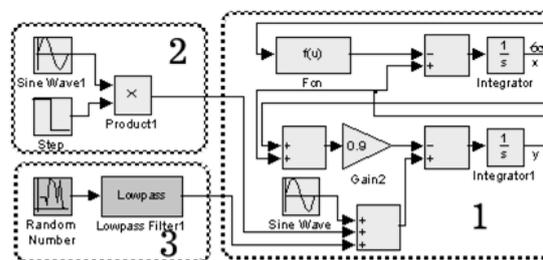
Предполагается, что изначально, параметры системы подбираются таким образом, чтобы обеспечить близость рабочей точки к границе хаотического и периодического режимов. В случае подачи на вход системы слабого периодического сигнала с частотой равной или близкой частоте опорного генератора, благодаря интерференции этих сигналов можно ожидать перехода через критическую точку бифуркации, что будет сопровождаться легко наблюдаемой сменой устойчивости движения.

Если исходный режим системы периодический (старший показатель

Ляпунова меньше нуля), то внесение случайных отклонений в систему будет нивелироваться, иными словами траектория движения системы всегда будет стремиться к единственно устойчивому предельному циклу. Система, перешедшая в хаотический режим через перемежаемость (старший показатель Ляпунова больше нуля), будет совершать длинные интервалы ламинарной фазы, чередующиеся с короткими выбросами. Воздействие случайных отклонений на систему в этом состоянии будет приводить к усилению этих отклонений. Траектория движения в фазовом пространстве будет претерпевать множество отклонений так, что длительности ламинарных фаз существенно сократятся, стохастичность процесса повысится, и вид движения будет больше напоминать развитой хаос.

Моделирование позволило найти наиболее подходящие значения для частоты  $\omega$  и бифуркационного параметра  $\beta$  в безразмерных величинах (таблица 1). В работе [1] среди прочих были рекомендованы значения  $\beta=0,9$ ;  $\omega=0,4$ ;  $f_{кр}=0,08245$ .

Амплитуда опорного генератора для периодического режима  $f_d$  должна быть задана несколько больше  $f_{кр}$  и будет нами считаться докритичной, в то время как для хаотического режима надкритическое значение амплитуды  $f_n$  будет меньше  $f_{кр}$ , таким образом, чтобы при поступлении на вход обнаруживаемого сигнала  $d \sin \omega t$ , такого, что  $d = f_d - f_n$ , происходила бы бифуркация устойчивости движения. Для того, чтобы использовать безразмерные величины введём относительные докритичность  $r_d = (f_d - f_{кр})/f_{кр}$  и надкритичность  $r_n = (f_{кр} - f_n)/f_{кр}$ .



Условные обозначения:  
1 – MLC-цепь; 2 – источник обнаруживаемого сигнала; 3 – источник шумоподобной помехи

Рисунок 5 – Расчётная модель в Matlab/Simulink для исследования процессов обнаружения сигналов на фоне шумов в генераторе хаоса

Численный анализ осуществлялся по определению числа колебаний  $S$  до первого турбулентного выброса при переходе из периодического режима в хаотический при отсутствии помехи (рисунок 6). Такой подход даёт возможность оценить время переходного процесса.

Наибольшее влияние на время переходного процесса оказывает степень надкритичности  $r_n$ , то есть углубления в хаос – чем она больше, тем меньше время переходного процесса.

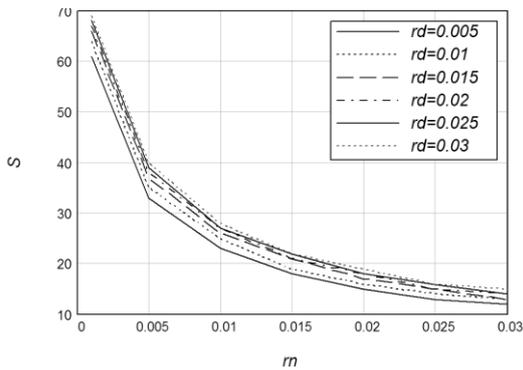
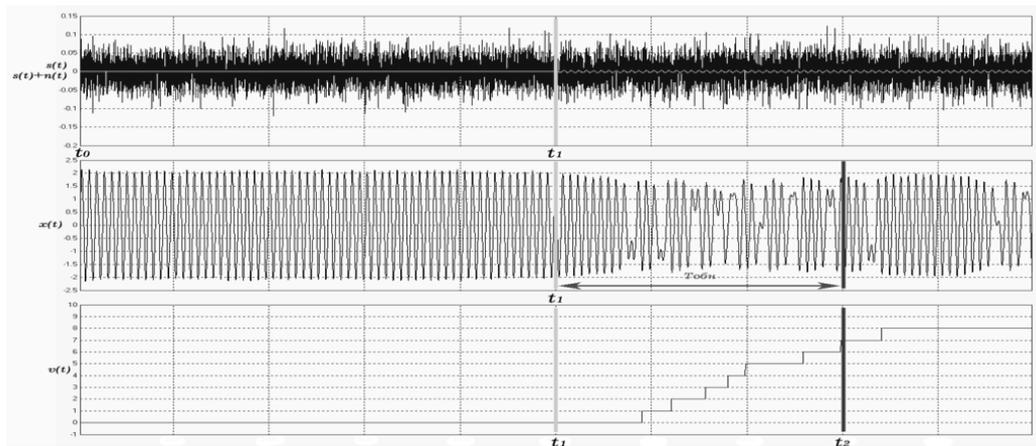


Рисунок 6 – Зависимость числа колебаний  $S$  до перехода системы из периодического режима в хаотический при отсутствии шума в зависимости от надкритичности  $r_n$ , при разных значениях докритичности  $r_d$

Согласно графику показателя Ляпунова (рисунок 4) при превышении  $f_{кр}$  показатель убывает достаточно медленно и,

следовательно, степень ухода в периодический режим также оказывает влияние на способность сохранять периодическое движение под воздействием шумовых помех.

Способность докритического режима сохранять свою периодичность была исследована отдельно при разных значениях  $r_d$  и под воздействием шумовой помехи с разной шириной полосы частот  $B$ . В численном эксперименте мощность помехи увеличивалась до тех пор, пока не наступало разрушение периодического режима, сопровождающееся турбулентными выбросами. Считая сигнал опорного генератора несущей? были определены наименьшие значения  $CNR$  и  $C/N_0$  при которых сохраняются периодические колебания. Полученные значения для предельных  $CNR$  [дБ] и  $C/N_0$  [дБ-Гц] приведены в таблице 2 из которой следует что способность периодического режима к сохранению возрастает при увеличении  $r_d$ . Ожидается, что при увеличении докритичности, т.е. отдалении от границы с хаосом будет возможно подавать шум с большей мощностью поскольку при этом уменьшается старший показатель Ляпунова. Таким образом, определён максимальный уровень шумовой помехи, при котором оправдан обнаружитель с генератором хаоса.



Условные обозначения:

Первый график показывает входной сигнал на фоне преобладающего шума. Момент времени  $t_1$  отмечает начало интервала обнаружения  $T_{обн}$ . На втором графике показан выходной сигнал генератора хаоса и виден переход в хаотический режим. Третий график показывает выходной сигнал детектора режима, который нарастает в моменты выбросов, а в момент  $t_2$  сравнивается с пороговым уровнем

Рисунок 7 – Процесс обнаружения в бифуркационном измерительном преобразователе на основе генератора хаоса

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБНАРУЖЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ  
НА ФОНЕ ПРЕОБЛАДАЮЩИХ ШУМОВ В ПРИБОРАХ КОНТРОЛЯ, ОСНОВАННЫХ  
НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОСА**

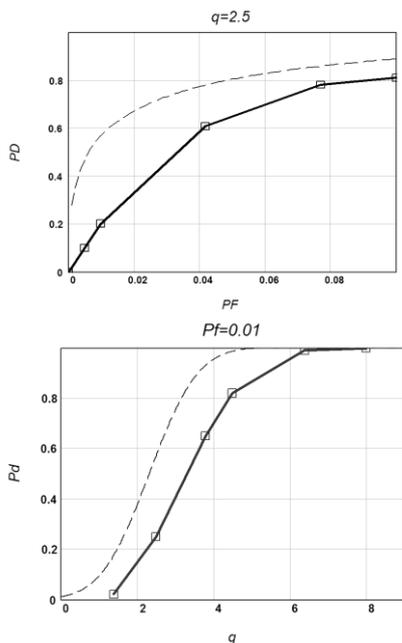


Рисунок 8 – Типичные качественная и характеристика обнаружения, полученные в бифуркационном обнаружителе при SNR=-10дБ,  $B/v=2$  в сравнении с предельно достижимыми (показаны штриховой линией)

Основными характеристиками для оценки качества обнаружения бифуркационным обнаружителем являлись качественная характеристика и характеристика обнаружения. Для их построения проводилось не менее 50 экспериментов при разных начальных условиях генератора шумовой помехи, фиксировался выходной сигнал детектора (рисунок 7). В результате сбора статистики получались качественные характеристики и характеристики обнаружения, приведённые на рисунке 8. Сводный анализ при разных  $r_d$  и  $r_n$  приведён в таблице 3.

Обработка полученных данных позволила сделать следующие выводы:

– помехоустойчивость системы зависит от степени входа в докритический режим. Наилучшие значения во всех случаях получались при  $r_d=0,01$ , следовательно, для предварительной обработки обнаруживаемого сигнала, будет рекомендован блок автоматической регулировки усиления;

– отношение сигнал/шум зависит от полосы частот шумовой помехи и, ожидаемо, получается лучше, если полоса частот шумовой помехи установлена более широкой. В зависимости от полосы частот

шумовой помехи отношение сигнал/шум составляет -10...-35дБ;

Таблица 1 – Сводный список критических точек, подходящих для построения бифуркационных измерительных преобразователей

Вариация параметра $f$			Вариация параметра $\beta$		
$\beta$	$\omega$	$f_{кр}$	$f$	$\omega$	$\beta_{кр}$
0,9	0,4	0,08	0,1	0,35	1,037
	0,5	0,22		0,4	0,938
0,95	0,4	0,105		0,5	1,094
	0,5	0,235		0,55	1,062
1	0,4	0,125	0,2	0,47	0,977
	0,45	0,18		1	0,92

Таблица 2 – Сводный анализ устойчивости периодического режима генератора хаоса под действием внешней периодической помехи

$B/v$		Докритичность $r_d$						
		0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	
2	CN	30,5	24,8	21,8	20,0	18,4	17,6	
	C/ $N_0$	21,6	15,8	12,8	11,1	9,5	8,6	
5	CN	23,3	18,1	15,6	13,8	12,7	11,6	
	C/ $N_0$	18,3	13,1	10,6	8,9	7,7	6,6	
10	CN	19,2	14,4	11,8	9,9	8,6	7,8	
	C/ $N_0$	17,2	12,4	9,8	7,9	6,7	5,8	
50	CN	11,7	6,7	3,9	2,0	0,9	-0,1	
	C/ $N_0$	16,8	11,7	9,0	7,1	5,9	4,8	

Таблица 3 – Сводный анализ качества обнаружения при разных условиях проведения эксперимента

$B/v$	$r_d$	$r_n$	SNR, дБ	$q$ при $P_D=0,99$ ; $P_F=0,01$
2	0,01	0,001	-14,4	5,5
	0,015	0,005	-12,2	6
	0,025	0,01	-10,9	6,2
	0,03	0,02	-8,7	6,5
50	0,015	0,005	-35,1	5,5
	0,02	0,01	-28,1	6,0
	0,025	0,01	-23,8	6,2

– функционирование бифуркационного обнаружителя осуществляется во временной области без переноса спектра;

– время переходного процесса после подачи в систему обнаруживаемого сигнала фиксировалось и тем самым определялось отношение сигнал шум по энергии  $q$  при котором обеспечивались  $P_D=0,99$ ;  $P_F=0,01$ . В зависимости от режима оно составляло от 50 до 200 периодов колебаний;

– обнаружитель на хаотическом генераторе заметно уступает по качеству обнаружению приёмнику Котельникова при относительно небольших  $q$ , тем не менее имеет схожие характеристики при  $q>6$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патрушева, Т. В. Выбор оптимальных режимов работы амплитудного измерительного преобразователя на основе генератора хаоса / Т. В. Патрушева // Ползуновский альманах. – Барнаул, 2012. – № 2. – С. 104-107.

2. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320с.

3. Jalilvand, Abolfazl The Application of Duffing Oscillator in Weak Signal Detection / Abolfazl Jalilvand, Hadi Fotoohabadi // Ecti Transactions on Electrical Eng., Electronics, and Communications. – 2011 – Vol. 9, no. 1. – P. 1-6.

4. Murali, K. The simplest dissipative nonautonomous chaotic circuit / K. Murali, M. Lakshmanan, L.O. Chua. // Trans. Circuits Syst. – New York: Circuits and Systems Society, 1994. – Vol. 41. – P. 462-463.

5. Tian, Jin Statistical approach to weak signal detection and estimation using Duffing chaotic oscillators / Jin Tian, Zhang Hua // Science China Information Sciences. – 2011 – Vol. 54, no. 11. – P. 2324-2337.

6. Yue, Li Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise / Li Yue, Yang Baojun. – Chinese Science Bulletin. – 2003. – Vol. 48, № 5. – P. 508-510.

**Патрушева Татьяна Васильевна - старший преподаватель, тел.(3852)-290913, e-mail: attractor@list.ru; Патрушев Егор Михайлович – к.т.н, доцент, тел. (3852)- 290913, e-mail: attractor13@gmail.com.**