

ОБОБЩЕННЫЙ ВИД НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА МОДУЛЯЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

К. А. Батенков

Академия ФСО России,
г. Орёл, Россия

В ходе проведения различных работ, связанных как с полным циклом производства конечного изделия, так и с каким-либо отдельным этапом возникает серьезная задача по передаче и обработке промежуточных данных, зачастую имеющих достаточно большие объемы. В этой связи к одному из технологических процессов можно отнести и процесс передачи информации, который предполагает использование вспомогательной системы связи, обеспечивающей нормальное функционирование производства в целом.

Подобные системы осуществляют последовательное преобразование передаваемых сообщений в сигнал, пригодный для передачи по имеющейся в распоряжении среде распространения, и обратно. В связи с чем существует объективная необходимость в описании операций модуляции и демодуляции для наиболее общего случая – пространственно-временного канала связи. При этом, в настоящее время, преобразования из конечномерного пространства в бесконечномерное (модуляция) и обратно (демодуляция) предполагают линейными, поскольку они удовлетворяют свойству однородности и принципу суперпозиции. Разумно предположить, что в более общем случае данные отображения должны быть нелинейными, а их представление в виде подобных рядов с ограниченным числом членов по существу является только частным случаем. В данной работе остановимся лишь на рассмотрении операции модуляции.

Наиболее общее описание нелинейных преобразований можно получить на основе рядов Вольтерра [1]. Однако при этом следует учесть, что в каноническом виде он определяет нелинейные преобразования между бесконечномерными пространствами, а операции модуляции Φ и демодуляции Φ' задают отношения между конечномерными и бесконечномерными пространствами. Таким образом, необходимо несколько видоизменить

ряды Вольтерра путем представления сигналов на соответствующих конечномерных концах в виде рядов из взвешенных дельта-функций, то есть сигналы на выходе модулятора можно записать в непрерывном виде как следующие суммы:

$$x(t_j, \mathbf{r}_j) = \sum_{k_j=1}^N x_{k_j} \delta(k_j - t_j) \delta(t_j \mathbf{1}_{n_a} - \mathbf{r}_j), \quad j = \overline{1, \infty}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ – вектора на входе дискретного канала связи (на входе модулятора) размерности N ;

$\mathbf{1}_n$ – единичный вектор размерности n ;

n_a – число измерений пространства на входе и выходе непрерывного многопараметрического канала связи соответственно.

Подстановка непрерывного вида сигналов на входе модулятора (1) в выражение ряда Вольтерра, а также учет нелинейности, не превышающей величины N_a (число членов ряда Вольтерра ограничено данным значением), и замена переменных, делает возможным следующее представление:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \int_{t_1} \dots \int_{t_i} \dots \int_{\mathbf{r}_1} \dots \left\{ \prod_{j=1}^i \sum_{k_j=1}^N x_{k_j} \delta(k_j - t_j) \delta(t_j \mathbf{1}_{n_a} - \mathbf{r}_j) \right\} \times \varphi_i(t, \mathbf{r}, t_1, \dots, t_i, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i) dt_1 \dots dt_i d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_i. \quad (2)$$

Раскрытие произведения, перегруппировка слагаемых внутри него, а также использование фильтрующего свойства дельта-функции трансформирует операцию нелинейной модуляции к следующему виду:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \left[\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=1}^N \dots \sum_{k_i=1}^N \left\{ \prod_{j=1}^i x_{k_j} \right\} \varphi_i(t, \mathbf{r}, k_1, \dots, k_i, k_1 \mathbf{1}_{n_a}, \dots, k_i \mathbf{1}_{n_a}) \right]. \quad (3)$$

Отсюда следует важное условие осуществимости нелинейной модуляции, выражающееся в обязательном превышении или по крайней мере равенности размерности сигналов на входе модулятора N степени нелинейности модулятора N_a , то есть $N_a \leq N$. В обратном случае ($N_a > N$) произведения в фигурной

ОБОБЩЕННЫЙ ВИД НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА МОДУЛЯЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

скобке (3) не существуют, что означает идентичность операций модуляции с нелинейностью большей N_a операции модуляции с нелинейностью N_a .

Следует также заметить, что вследствие свойства коммутативности операции умножения (то есть $\prod_{j=1}^i x_{k_j} = \prod_{j'=1}^i x_{k'_{j'}}$ даже при условии, что $\exists k_j \neq k'_{j'}$) число суммируемых базисных функций можно существенно сократить. Количество одинаковых произведений соответствует числу перестановок упорядоченного множества индексов сигнала на входе модулятора $\{k_j\}$, $j = \overline{1, i}$, $k_j < k_{j'}$ | $j < j'$, $j' = \overline{1, i}$, а само данное множество перестановок целесообразно обозначить как P_i , каждый элемент которого $P_{i,p} = \{k_{j_p}\}$ представляет собой уникальную перестановку исходного упорядоченного множества. Следовательно базисные функции модуляции являются функциями только временных и пространственных выходных координат, так как входные координаты дискретны, и имеют следующий вид:

$$\varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r}) = \sum_{\{k_{j_p}\} \in P_i} \varphi_i(t, \mathbf{r}, k_1, \dots, k_i, k_1 \mathbf{1}_{n_a}, \dots, k_i \mathbf{1}_{n_a})$$

$$j_p = \overline{1, i}, \quad p = \overline{1, i!}, \quad (4)$$

где число элементов множества перестановок P_i , $i = \overline{1, N_a}$ равно числу всех возможных перестановок, то есть $i!$ [2]. Перегруппировка слагаемых в (3) и использование (4) приводит к формуле нелинейной модуляции в виде:

$$x(t, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N_a} \left[\sum_{k_1=1}^N \sum_{k_2=k_1}^N \dots \sum_{k_i=k_{i-1}}^N \left\{ \prod_{j=1}^i x_{k_j} \right\} \varphi_{k_1, \dots, k_i}(t, \mathbf{r}) \right]. \quad (5)$$

Таким образом, в наиболее обобщенном структурированном виде уравнение (5), являющееся, по сути, оператором нелинейной модуляции Φ , задает дискретное отображе-

ние непрерывного многопараметрического канала связи.

Следует подчеркнуть еще одно немаловажное достоинство именно подобного (5) структурного типа дискретного отображения. Так, в наиболее общем виде подобное отображение предполагает учет нелинейности произвольно большой степени, вплоть до бесконечной. В результате и реализация и синтез оптимальных операций как модуляции так и демодуляции оказывается весьма затруднительными, за исключением случаев определенной заданной формы используемых базисных функций. Однако в данное обстоятельство является достаточно сильным ограничением, поскольку способно существенно сократить класс операторов отображения. Представление же операции модуляции в параметризованном виде (5) делает возможным как выбор заданного числа базисных функций в рамках определенного порядка нелинейности, так введение ограничения на максимальную нелинейность оператора дискретного отображения. В итоге, решение задач синтеза оптимального модулятора возможно как в общем виде (при устремлении степени нелинейности к бесконечности), что должно быть подобно оптимальным нелинейным системам, как правило трудно реализуемым на практике, так и при достаточно произвольных ограничениях на число и порядок нелинейности базисных функций, что приводит к сравнительно простым реализациям вышеописанных процедур.

Список литературы:

1. Пупков К. А., Капалин В. И., Юценко А. С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М.: Наука, 1976. – 448 с.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13-е изд., исправленное. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1986. – 544 с.