ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОГРЕВА ЛИТЕЙНОЙ РАЗОВОЙ ОБЪЕМНОЙ ФОРМЫ

Г. Е. Левшин
Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова,
г. Барнаул, Россия

После заливки полой или неполой литейной объемной разовой формы расплавом она прогревается его теплом и затвердевшей отливки на некоторую (текущую) глубину $x_ф$ в течение времени t до некоторой температуры $T_{ф.}$. Очень часто глубина $x_ф$ меньше толщины Δ стенки формы. Температура $T_ф$ и глубина прогрева $x_ф$ определяются температурой расплава, массой и преобладающей толщиной δ стенки отливки, длительностью $t_{охл}$ нахождения отливки в форме, которая, как правило, превышает длительность ее затвердевания $t_{затв}$. В материале формы со связующим при этом могут происходить (в общем случае) процессы спекания и снижения его прочности (из-за ухудшения качественных параметров связующего, его выгорания, деструкции и т. п.). В магнитной же форме (МФ) прочность снижается из-за уменьшения намагниченности стальных частиц магнитомягкого формовочного материала (МФМ), а спекание происходит только в окислительной газовой среде вследствие окисления поверхности частиц.

Для количественной оценки этих процессов (на стадии проектирования технологии изготовления отливки) путем расчета $T_ф$ и $x_ф$ в любой необходимый момент времени t, а также инженерных расчетов процессов затвердевания, охлаждения, усадки и формирования напряжений в отливке и получения данных для охлаждения оборотного формовочного материала (при повторном использовании) необходима реально работающая математическая модель прогрева формы, которая до сих пор не разработана. Этому препятствуют следующие нерешенные проблемы.

1. Неудовлетворительная точность определения ряда параметров формы, входящих в аналитические (теоретические) формулы, и их зависимость от других величин, что приводит к изменению этих параметров в довольно широких пределах [1, 2]. Последнее затрудняет их использование и размещение в справочниках. К ним следует отнести в первую очередь эффективные (интегрально-эффективные) термофизические характеристики и плотность $\rho_ф$. Так, в случае неполой МФ (с газифицируемой моделью) при заливке расплавов латуни, бронзы и серого чугуна удельная теплоемкость $c_{эф}$ =755 – 1173 Дж/(кг К), температуропроводность $a_{эф}$ =0,418 – 1,06 м^2/с, теплопроводность $\lambda_{эф}$ =0,812 – 1,425 Вт/(м К), тепловая аккумуляция (активность) $b_{эф}$ =1200 – 2812 Вт с^{0,5}/(м^2 К) и плотность $\rho_ф$ =3400 – 4100 кг/м^3 [2, 3]. Они зависят от формы и размера частиц МФМ, степени его уплотнения и температуры нагрева, которая определяется видом сплава и теплосодержанием отливки. В работе [1] предложены некоторые меры по повышению точности определения перечисленных параметров.

2. Характеристики $c_{эф}$, $a_{эф}$, $\lambda_{эф}$, $b_{эф}$ и температуру $T_{эф}$ нагрева слоя формы определяют расчетом с использованием экспериментальных результатов, полученных по методу заливки только в момент времени $t_{затв}$ при достижении температуры $T_{затв}$ затвердевания отливки, а именно: плотности материала формы $\rho_ф$, температур рабочей поверхности формы $T_ф^п$ после заливки расплава и начальной $T_{ф.нач}$ до заливки, глубины прогрева $x_ф = x_{ф\ max}$. Кроме того, используется и количество теплоты $Q_{отл}$, поступившей в форму от отливки «плиты» через одну ее квадратную поверхность $F_{отл}$, которое определяется расчетом (а не экспериментально) при использовании 16 величин, относящихся к отливке (а не форме). Все эти величины определяются с какой-то погрешностью, что вносит общую существенную погрешность [1 – 5]. Поэтому в работе [2] предложено определять теплоту $Q_{отл}$ с помощью калориметра для повышения точности и достоверности.

3. При определении характеристик $c_{эф}$, $a_{эф}$, $\lambda_{эф}$, $b_{эф}$ и температуры $T_{эф}$ предполагается, что прогрев формы (особенно до момента $t_{затв}$) происходит по закону, описываемому параболой вида

$$T_ф=a[1-(x_ф/x_{фmax})]^{nф}+c.$$

Поэтому большое значение имеет величина показателя $n_ф$ вогнутой параболы. Он рассчитывается как

$$n_ф=(F_{прям}/F_{пар})-1.$$

Здесь $F_{прям}$ – площадь прямоугольного треугольника со сторонами ($T_ф^п$ – $T_{фнач}$) и

$x_{фmax}$ на графике зависимости $T_ф=f(x_ф)$;

$F_{пар}$ – площадь под параболой с теми же сторонами на том же графике, определяемая планиметром, по миллиметровой бумаге или интегрированием экспериментальной параболы.

Вейник А. И. рекомендует $n_ф$ = 2 для многих случаев разовой песчаной формы [6].

При этом сначала рассчитывается $c_{эф}$ на основе $n_ф$, $Q_{отл}$, $x_{фmax}$ и $\rho_ф$,, затем $a_{эф}$ с использованием $n_ф$, $x_{фmax}$ и $t_{затв}$. После них рассчитывают $\lambda_{эф}$ на основе $c_{эф}$, $a_{эф}$ и $\rho_ф$. Последней рассчитывают $b_{эф}$ с использованием $c_{эф}$, $\lambda_{эф}$ и $\rho_ф$.

Следует особо отметить, что погрешность в расчете $n_ф$ и $c_{эф}$ и определении $\rho_ф$ существенным образом отражается на точности определения $a_{эф}$, $\lambda_{эф}$ и $b_{эф}$. Это подробно рассмотрено в [1], а в работе [2] обращено особое внимание на целесообразность независимого определения теплоемкости и теплопроводности (в отличие от метода заливки).

Значение температуры $T_{эф}$ нагретого слоя формы находится примерно в середине интервала ($T^n_ф$ – $T_{фнач}$) температур рабочей поверхности формы при времени $t_{затв}$ и t=0 с, соответственно, что близко к средней температуре.

Более правильно, по нашему мнению, использовать в расчетах локальные температуры $T_ф$ и характеристики $c_ф$, $a_ф$, $\lambda_ф$ и $b_ф$, которыми обладает материал формы в весьма малом (локальном) ее объеме. Их определяют экспериментально на образцах формовочного материала [2]. В работе [2] приведен также и расчетный метод и пример их определения для МФМ в виде стальной дроби. При этом теплоемкость $c_ф$ и теплопроводность $\lambda_ф$ рассчитаны независимо друг от друга. Особо отметим, что значения эффективных и локальных характеристик заметно отличаются [2, 5], т. к. определяются в разных условиях.

4. Эффективные и локальные термофизические характеристики и величина показателя $n_ф$ параболы зависят от температуры $T_{эф}$ или $T_ф$ нагрева слоя или локального объема формы, соответственно. Для локальных характеристик МФМ получены линейные математические их зависимости от температуры $T_ф$ [2]. Прямо пропорциональная (линейная) зависимость в случае такого МФМ объясняется его однокомпонентностью (т. к. он содержит только стальные частицы) и отсутствием в них при нагреве эндо- или экзотермических эффектов, способных изменить линейность. В других материалах, содержащих, например, выгорающие вещества или претерпевающих аллотропические превращения с упомянутыми эффектами, возможны отклонения от линейности. Однако эта зависимость термофизических характеристик от температуры не учитывается в известных математических моделях [1, 2, 4].

Весьма важно, что прогрев начинается с поверхности формы при максимальном значении термофизических характеристик (для температуры $T_ф$, определяемой видом сплава отливки), которое затем убывает с увеличением глубины и соответствующим уменьшением температуры прогрева.

5. Известные математические модели получены из предположения, что отливка является неиссякаемым источником тепла. Однако это можно допустить только на стадии затвердевания сплава. После этого отливка становится затухающим источником теплоты. Поэтому известные модели не вполне адекватны. Они разделены на 2 группы и отличаются входящими в них величинами [4].

В первую группу входят две формулы, описывающие параболическую функцию $T_ф = f(x_ф)$ прогрева и использующие $n_ф$, $x_ф$, $x_{фmax}$, $T^n_ф$, $T_{фнач}$.

$$T_ф = (T^n_ф - T_{фнач})(1 - \frac{x_ф}{x_{ф\max}})^{n_ф} + T_{фнач},$$

$$T_ф = (T_{фнач} - T^n_ф)(\frac{x_ф}{x_{ф\max}})^{n''_ф} + T^n_ф$$

Они позволяют рассчитать искомую $T_ф$ только в слое глубиной до $x_{фmax}$ и при текущем времени t, меньшем времени $t_{затв}$, т. е. вблизи отливки и практически в начале нагрева. Однако с их применением нельзя определить точно длительность t прогрева формы до заданной глубины $x_ф$.

В другую группу входят три формулы иного вида с использованием $a_{эф}$, $T^n_ф$, $T_{фнач}$ и описанием зависимости $T_ф = f(x_ф, t)$ одновременно от текущих значений глубины $x_ф$ и времени t при помощи функции Гаусса [3]:

$$T_ф = (T^n_{отл} - T_{фнач})erfc(\frac{x_ф}{\sqrt{2ta_{эф}}}) + T_{ф_{нач}}$$

$$T_ф = (T^n_{отл} - T_{фнач})erfc(\frac{x_ф}{2\sqrt{ta_{эф}}}) + T_{ф_{нач}}$$

$$T_ф = T^n_{кф} - (T^n_{кф} - T_{ф_{нач}})erf(\frac{x_ф}{2\sqrt{ta_{эф}}})$$

где $T^n_{отл}$ – температура поверхности отливки, °С;

$T^n_{кф}$ – температура контакта рабочей поверхности формы с отливкой, °С (рекомендуется также принимать постоянной вплоть до времени $t_{затв}$);

$a_{эф}$ – среднее значение температуропроводности из опыта, м^2/с.

И этими формулами очень трудно пользоваться на практике [4]. Основная трудность состоит в отсутствии достоверной математической связи между любой глубиной $x_ф$ и временем t прогрева до этой глубины. Они также обеспечивают адекватные результаты только вблизи отливки и в начале нагрева формы. Известная же формула предложена только для $x_{фmax}$ при $t_{затв}$, а именно [3, 6].

$$x_{ф\max} = \sqrt{2n_ф(n_ф+1)a_{эф}t_{затв}}\,.$$

Обратим особое внимание на то, что $a_{эф}$, $x_{фmax}$ и $t_{затв}$ взаимозависимы и могут быть определены из этой же формулы, где кроме них присутствует только трудноопределимый из опыта показатель $n_ф$. В доступной литературе не обнаружены необходимые рекомендации. Поэтому возможно заранее задавать интересующее значение $x_ф$ и «подбирать к нему» подходящее значение t (или наоборот) по неизвестному алгоритму либо найти правильный алгоритм.

6. В этих моделях принято допущение о постоянстве значений температур $T^n_ф$, $T^n_{отл}$ на этапе затвердевания отливки. Это вносит наименьшую погрешность только в случае сплавов с малым перегревом, затвердевающих в очень узком интервале температур и при отсутствии газового зазора между поверхностями отливки и формы или рыхлоты в форме, образующихся при усадке отливки. В других же случаях погрешность более существенна. Кроме того, их измерение представляет существенные трудности и часто не осуществляется в экспериментальной практике.

Особо отметим, что после затвердевания отливки эти температуры уменьшаются по неизвестному закону.

Одним из возможных вариантов создания адекватной математической модели прогрева является более тщательный анализ перечисленных проблем и известных экспериментальных данных по температурным полям прогрева разных форм и создание на их основе инженерного математического описания этих полей.

Это позволит найти новый алгоритм решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левшин Г. Е., Павлюк К. И. К определению термофизических характеристик материала разовой формы //Литейное производство, 2009. – №5. – С. 20 – 24.
2. Левшин Г. Е., Павлюк К. И. О термофизических характеристиках магнитомягких формовочных материалов и магнитных форм //Заготовительные производства в машиностроении, 2010. – №7. – С. 10 – 16.
3. Левшин Г. Е., Матюшков И. Л. Литье в магнитные формы: монография. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2006. – 688 с.
4. Левшин Г. Е., Павлюк К. И. О математическом моделировании прогрева разовой объемной формы //Заготовительные производства в машиностроении, 2011. – №11. – С. 10 – 16.
5. Голод В. М., Бройтман О. А. Определение теплофизических характеристик дисперсных формовочных материалов: история заблуждений и находок // Сб. научн. тр. «Литейное производство сегодня и завтра»: СПбГПУ, 2005. – С. 196–207.
6. Вейник А.И. Термодинамика литейной формы. - М.: Машиностроение, 1968. – 335 с.