МЕТОД ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА МАТРИЦЫ ПЕРЕДАЧИ МНОГОПРОВОДНОЙ ЛИНИИ С НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ В КУРСЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

И. М. Вершинин
Югорский государственный университет
г. Ханты-Мансийск

Применение больших интегральных схем, замедляющих систем, линий связи и микрополосковых устройств СВЧ приводит к задаче расчета матрицы передачи многопроводной линии в неоднородном диэлектрике. Запись ее элементов связана с нахождением фазовых скоростей распространяющихся нормальных волн $v_i=1/\sqrt{\lambda_i}$ (λ_i — собственные значения произведения матриц погонных индуктивностей и погонных емкостей линии *LC)*, а также матрицы *H*, столбцы которой h_i являются собственными векторами *LC* и отражают распределение амплитуд напряжений на проводниках для соответствующих нормальных волн [1-3]. При известных матрицах *L* и *C* требуется решить указанную задачу на собственные значения. Численные методы ее решения трудоемки и лишены наглядности. Ниже предлагается метод, позволяющий преодолеть эти недостатки.

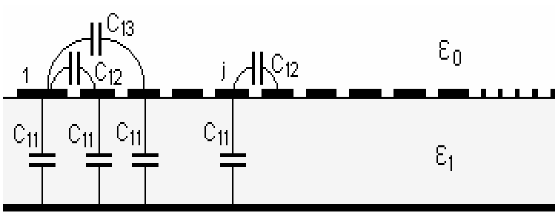

Рисунок 1 – Электрическая модель многопроводной линии связи.

Планарное расположение проводников на подложке обеспечивает малость перекрестных емкостных связей между ними по сравнению со смежными (C_{ii+1} » C_{ii+j}), поэтому матрица погонных емкостей *C* близка к ленточной трех диагональной. Матрица *L,* которую в отсутствие магнитодиэлектриков можно определить через погонные емкости C_o той же линии с однородным диэлектриком $L = C_0^{-1}/\upsilon^2$ [1], вообще говоря, не будет трех диагональной, однако значения ее элементов убывают от главной диагонали тем быстрее, чем меньше отношение $C_{0ii+1}/C_{0ii}= m$. Как показали расчеты, с $m \le 0{,}3$ взаимные индуктивные коэффициенты убывают быстрее, чем в *1/m* раз. Запишем матрицу *LC* в следующем виде:

$$LC = L'C'+B = \left|\begin{array}{cccc:c} a-d & b & d & 0 & 0 \\ b & a & b & d & 0 \\ d & b & a & b & 0 \\ 0 & d & b & a & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 0 & a-d \end{array}\right| + B,$$

где *L'* и *C'* выделены в виде трех диагональных матриц:

$$L' = \left|\begin{array}{ccc:c} L_{11} & L_{12} & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{11} & L_{12} & 0 \\ 0 & L_{12} & L_{11} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & L_{11} \end{array}\right|; \qquad (1)$$

$$C' = \left|\begin{array}{ccc:c} C_{11} & -C_{12} & C_{11} & 0 \\ -C_{12} & C_{11} & -C_{12} & 0 \\ 0 & -C_{12} & C_{11} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & C_{11} \end{array}\right|;$$

$$\begin{aligned} a &= L_{11}\, C_{11} - 2 L_{12}\, C_{12}; \\ b &= C_{11}\, L_{12} - C_{12}\, L_{11}; \qquad (2) \\ c &= - C_{12}\, L_{12}. \end{aligned}$$

При одинаковых проводниках погонные емкости крайних будут отличаться от остальных. Из условий согласования устройств на много проводных линиях меняют их размеры для выравнивания емкостных параметров проводников. Тогда матрицы *C* и *C'* будут близки друг к другу. Однако погонные индуктивности (матрица *L)* для крайних проводников все же получаются другими, но различие незначительно и зависит от *m.* Например, для собственных погонных индуктивностей оно составляет $\delta \approx 4\%$ при $m = 0{,}2$ и $\delta \approx 9{,}8\%$ при $m = 0{,}3$. Этим обстоятельством обусловлен вид матрицы *L'.*

Остановимся на свойствах матриц B и $L'C'$. Максимальные значения элементов остаточной матрицы B с учетом особенностей матриц C и L меньше максимальных значений элементов L' C' примерно в $1/m^2$ раз. Матрица $L'C'$ симметрична, к тому же в подобной структуре известно аналитическое выражение для собственных чисел [4]:

$$\lambda_i = a - 2d - 2\cos\varphi_i(b - 2d\cos\varphi_i),$$

$$\varphi_i = i\pi/(N+1), \quad i = 1, 2, \ldots, N.$$

Собственный вектор h_i любой матрицы A можно определить через алгебраические дополнения Δ_{sk} какой-либо s- й строки матрицы $(\lambda_i E - A)$ в виде [5]

$$h_i = n_i|\Delta_{s1}(\lambda_i)\ \ \Delta_{s2}(\lambda_i)\ \ldots\ \Delta_{sN}(\lambda_i)|^t \quad (3)$$

где n_i — произвольный коэффициент, выбираемый из соображений удобств; t — знак транспонирования. Если в качестве n_i использовать обратную величину максимального из значений $\Delta_{sk}(\lambda_i)$, то h_i выделенной матрицы $L'C'$ будет отражать соотносительное распределение амплитуд напряжений для i- й нормальной волны в виде

$$h_i=|\sin(1\varphi_i)\ \sin(2\ \varphi_i)\ ...\ \sin(j\varphi_i)\ ...\ \sin(N\ \varphi_i)\ |^t, \quad (4)$$

где j – номер проводника.

Рассмотренные свойства матриц по выражению (1) позволяют с успехом применить к ним метод «возмущений» [6], если в качестве «невозмущенного» состояния принимается линия, описываемая матрицей $L'C'$.

Более точный расчет производится переходом к «возмущенному» состоянию и учетом поправок 1-го, 2-го и т. д. приближений. В качестве примера приведем поправки 1-го приближения для λ_i и h_i [6]:

$$?_i = h_i(Bh_i);$$

$$k_i = \sum_{s\neq i}^{N} \frac{h_s(Bh_i)}{\lambda_i - \lambda_s} h_s \quad (5).$$

В выражениях (5) использованы векторы h_i, приведенные к единичной длине. При h_i в виде (4) нормировку получим делением векторов на $\sqrt{(N+1)/2}$. Таким образом, решение полной проблемы собственных значений матрицы LC, а с ним и определение параметров N-проводной линии, сводится к использованию несложных аналитических выражений (2), (4) с уточнениями вида (5). Результаты проделанных расчетов показали, что в большинстве случаев при $m \le 0{,}3$ практически бывает достаточно ограничиться учетом поправок первого приближения, так как дальнейшее уточнение сказывается на изменении λ_i в восьмом, а h_i в третьем разряде числа. Возможное незначительное различие погонных параметров проводников учитывается в остаточной матрице B.

Предлагаемая методика ведет к сокращению времени расчета элементов матрицы передачи, так как для исходного приближения используются аналитические выражения. В силу малости матрицы B они позволяют довольно точно оценить фазовые скорости и ожидаемое распределение амплитуд, а также проанализировать их возможное поведение при изменении погонных параметров. Независимость собственных векторов выделенной матрицы $L'C'$ от значений ее элементов дает существенную экономию времени счета при проведении оптимизации узлов, связанной с изменением размеров линий..

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rizzoli V., Lipparini A. Computer-aided noise analysis of linear multiport networks ofarbitrary topology//IEEE Trans.- 1985.-Vol. MTT-33.-№ 1 2 P 1507-1512.
2. Вершинин И.М. Многопроводные линии с неоднородным диэлектриком // Известия ВУЗов, серия Радиоэлектроника, 1990, 1.- С.76.
3. Васильев В. И., Силин Р. А. Расчет согласования штыревых замедляющих систем. - Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ, 1977, вып. 12, с. 77-81.
4. Сигорский В. П. Математический аппарат инженера. - Киев: Техника, 1975. - 768 с.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. Перев с англ. Изд. 2-е.-М.: Наука, 1976.-351 с.
6. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре, М.: Наука, 2005.- 320 с.