МОДЕЛИРОВАНИЕ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МАРКОВСКИМИ ЦЕПЯМИ

В. В. Вдовин, И. П. Дьячук, А. В. Шаванов
Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева
г. Красноярск

Введение

В настоящей работе последовательное изменение состояния учебной деятельности обучающегося, определяемое его действиями моделируется в виде цепи Маркова [1, 2], что позволяет определять трудозатраты обучающегося, выраженные в количестве действий.

Рассмотрим случай, когда цепь Маркова конечна, так как число состояний (действий) конечно, и неоднородна, так как вероятности перехода $P_{ij}(r)$ зависят от r. Неоднородность цепи Маркова обусловлена, как внутренними изменениями в структуре системы действий обучающегося, так и изменениями сигналов проблемной среды, вследствие саморегуляции деятельности обучающегося.

Неоднородную цепь Маркова можно представить в виде последовательности однородных конечных цепей Маркова. Однородная конечная цепь Маркова под номером m соответствует учебной деятельности обучающегося при решении m - й задачи.

Изменение матрицы переходных вероятностей от задачи к задаче характеризует процесс развития структуры системы действий обучающегося.

Теоретический анализ

Множество действий Φ_i, составляющих деятельность по конструированию пространственных объектов, состоит из четырех подмножеств. Отношения между элементами этих подмножеств определяют структуру системы действий S, которую удобно представить в виде графа (рис. 1.), отражающего четыре состояния деятельности (классификация по типу совершаемых действий): установка фрагментов S_1 (устанавливает значение $x_i := x_{Pj}$), отмена установки фрагмента S_2 (обнуляет значение $x_i := 0$), просмотр фрагментов S_3 (изменяет значение x_{Pj} : $\mathrm{j} := \mathrm{j}+1$ или $j := j-1$), завершение деятельности по решению задачи S_4 (поглощающее состояние, завершающее выполнение задания).

Итеративное научение решению задач можно представить ее в виде последовательности однородных конечных цепей Маркова, каждая из которых соответствует сложившейся структуре системы действий, определяемой матрицей переходных вероятностей, которая в общем случае имеет вид представленный формулой (1).

В нашем случае матрица переходных вероятностей, при решении m-й задачи определяется экспериментально, как матрица относительных частот наступления событий, связанных с переходами от одного типа действий к другому.

Таким образом, модель учебной деятельности обучающегося при решении m-й задачи, представлена однородной конечной цепью Маркова и описывается графом (см. рис.1), узлами которого являются состояния деятельности обучающегося, а дугами – переходы между состояниями. Построение данной модели, предполагает, что вероятности событий в системе не зависят от ее предыстории.

Исходная информация для модели решения m-й задачи включает список узлов (состояний деятельности) и матрицу вероятностей перехода от узла к узлу. При этом полагаем трудоемкость каждого шага равной единице – совершение одного действия. Матрица переходных вероятностей определяется эмпирически после выполнения каждого задания.

Деятельность обучающегося рассматривается как динамическая система, находящаяся в каждый из моментов k в одном из n состояний (в нашем случае $n = 4$: S_1 – установка, S_2 – отмена, S_3 – просмотр, S_4 – завершение):

$$S_i(k) \in S(k) = \{S_1, \ldots, S_n\}, \quad k \in T.$$

Переменная k определяет номер шага в процессе решения задачи.

Состояния изменяются со временем случайным образом. Эти изменения определяются матрицей переходных вероятностей.

Для деятельности по конструированию пространственных объектов матрица переходных вероятностей примет вид:

$$\left\|P_{ij}^{(k)}\right\| = \begin{vmatrix} P_{11}^{(k)} & P_{12}^{(k)} & P_{13}^{(k)} & P_{14}^{(k)} \\ P_{21}^{(k)} & P_{22}^{(k)} & P_{23}^{(k)} & 0 \\ P_{31}^{(k)} & P_{32}^{(k)} & P_{33}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Каждый элемент матрицы $P^{\{k\}}$ показывает вероятность того, что если система в момент k находилось в состоянии S_i, то в момент $k+1$ она окажется в состоянии S_j. Каждая строчка матрицы $P^{\{k\}}$ соответствует состоянию, в котором процесс находится на данном шаге, а каждый столбец – состоянию, в которое переходит процесс на следующем шаге.

Переходы во все возможные состояния (в том числе в себя) образуют полную группу событий, поэтому $\sum_{j=1}^{4} P_{ij}^{(k)} = 1$ для всех $i = 1,$ .., $4,\ k \in T$. Для рассматриваемой структуры системы действий вероятности $P_{ij}^{(k)}$ не зависят от времени. Такую цепь Маркова называют однородной. Вектор-строка $Y(k) = [y_1(k),\ \ldots,\ y_4(k)]$ описывает распределение вероятностей состояний $Y(k)$ деятельности обучающегося ($k = 1,2,3,4$; 1-завершение; 2-установка; 3-отмена; 4-просмотр). при выполнении m-о задания, то есть $y_i(k)$ – это вероятность того, что в момент k действия обучающегося конструированию пространственных объектов соответствуют состоянию S_i. При этом $\sum_{i=1}^{4} y_i(k) = 1$, $k \in T$.

Пересчет распределения вероятностей на следующем шаге производится по формуле:

$$Y(k+1) = Y(k)P \quad (2)$$

Должно быть также задано начальное условие $Y(0)$, которое определяет состояние процесса решения задачи на начальном шаге (в момент, когда обучающемуся предъявляется задание).

Вычисляя последовательно $Y(1)$, $Y(2)$, …, $Y(k)$, мы можем получить вероятностный прогноз развития структуры системы действий обучающегося.

Состояние S_4 является поглощающим и соответствует завершению решения задачи. Оно не влияет на трудоемкость процесса поиска решения. Поэтому, исключив из матрицы P строки и столбцы, соответствующие состояниям S_4, и обозначив оставшуюся матрицу Q, можем вычислить так называемую фундаментальную матрицу цепи Маркова:

$$N = (I - Q)^{-1}, \quad (3)$$

где I – единичная матрица.

Каждый элемент n_1 матрицы N представляет собой среднее число пребываний процесса в состоянии S_j при старте из состояния S_i. В нашем случае, когда обучающийся располагает свободой выбора между просмотром и установкой фрагментов, достаточно рассматривать только первую и третью строку матрицы N.

Зная n_{ij}, можно вычислить среднюю трудоемкость (количество шагов) процесса решения задачи по формуле

$$\Theta_\Sigma = \sum_{j=1}^{4} n_{1j} \cdot \Theta_j + \sum_{j=1}^{4} n_{3j} \cdot \Theta_j, \quad (4)$$

где Θ_j – трудоемкость совершения j-о шага. Учитывая, что трудоемкость совершения каждого шага при конструировании пространственного объекта равна единице (совершение одного действия), формула расчета трудоемкости сводится к сумме элементов первой и третьей строки матрицы N.

Эксперимент

Рассмотрим применение описанного метода на примере решения обучающимся №1 первой задачи в проблемной среде. Граф структуры системы действий, соответствующий процессу конструирования пространственного объекта, представлен на рис. 1 (данные получены в ходе эксперимента). Из рисунка видно, что состояния $S_1 - S_3$ относятся к множеству невозвратных состояний, S_4 – поглощающее состояние.

Матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P^{(1)} = \begin{vmatrix} 0,11 & 0,83 & 0,05 & 0,01 \\ 0,95 & 0 & 0,05 & 0 \\ 0,26 & 0,17 & 0,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Начальное распределение вероятностей $Y(0) = (0,5;0;0,5;0)$ означает, что обучающийся может выбирать первое действие между просмотром и установкой фрагментов.

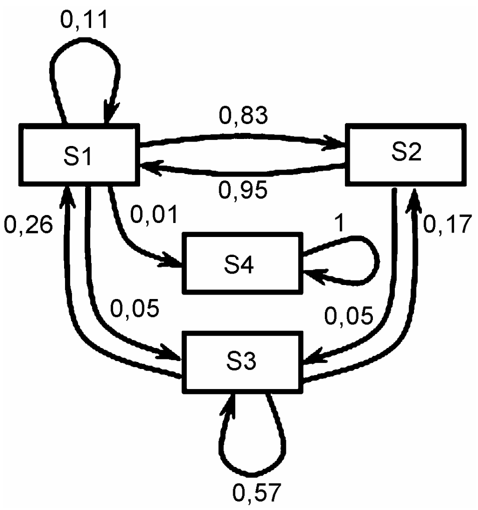

Рисунок 1 – Структура S системы действий обучающегося при решении первой задачи

Средние значения числа пребываний процесса в множестве невозвратных состояний, вычисленные по формуле (3), задаются следующей матрицей:

$$N = \begin{vmatrix} 100 & 86,69 & 21,71 \\ 100 & 87,71 & 21,83 \\ 100 & 87,09 & 24,08 \end{vmatrix}$$

Средняя трудоемкость процесса:

$$\Theta_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{4} n_{1j} + \sum_{j=1}^{4} n_{2j} = 419,57 \text{ шагов}$$

Отметим обучающийся №1, структура система действий которого представлена графом на рис.1, при решении первой задачи совершил 423 действия, а теоретическое значение: 419. Как видно, количество действий, вычисленное теоретически, не сильно отличается от практической реализации решения. В Марковском процессе каждое новое состояние зависит только от предыдущего состояния и переходных вероятностей. Обучающийся, осуществляя поиск решения задачи, использует память, оперируя накопленным опытом.

Таким образом, использование математического аппарата цепей Маркова позволяет получать количественную оценку вероятностных характеристик пошагового процесса итеративного обучения конструированию пространственных объектов и вычислить трудозатраты обучающегося.

Трудозатраты, совершаемые обучающимися, при решении задач, существенно зависят от особенностей памяти обучающихся. Моделирование учебной деятельности Марковским процессом предполагает, что на выбор i – го действия влияет только предыдущее i – 1 действие, то есть память в модели Марковского процесса «одношаговая». Более далекие действия i-2, i-3, и т.д. в этой модели не влияют на принятие решений о выборе i действия. Память человека устроена иначе и на принятие решения о выборе действия влияет информация не только о предыдущем действии, но и более далеких действиях. Это должно приводить к уменьшению реальных трудозатрат, при решении задач. Причем, чем больше различия в трудозатратах, тем больше последействие памяти человека, то есть тем больше информации о предыдущих действий использует обучающийся, при принятии решения о выборе действия. На рис. 2. зависимость реальных трудозатрат от номера задания достаточно тесно переплетается с теоретической зависимостью трудозатрат от номера задания полученной в рамках Марковской модели учебной деятельности.

Из этого можно делать вывод о том, что информационный механизм памяти испытуемого №1 в большой степени соответствует Марковскому процессу. В основе учебной деятельности обучающегося №1 лежит метод проб и ошибок..

Зависимость трудозатрат от номера задания, для обучающихся иного типа №2 представлена на рис. 3. Видно, что зависимости, как реальных трудозатрат, так и рассчитанных теоретически монотонно уменьшаются с увеличением номера задания.

При этом, реальные трудозатраты обучающегося №2 меньше, чем трудозатраты вычисленные в модели Марковского процесса.

При выполнении последних двух заданий структура системы действий обучающегося № 2 изменилась и представлена состояниями S_1; S_3; S_4.

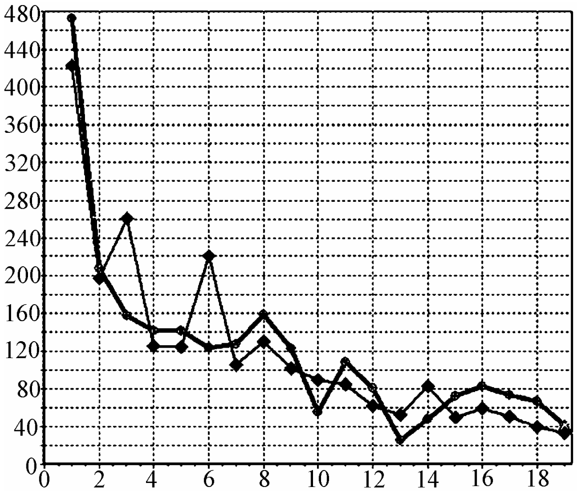

Рисунок 2 – Зависимость величины трудозатрат в зависимости от номера выполнения задания обучающегося №1. График с кружками – Марковский процесс; график с черными ромбами реальные трудозатраты

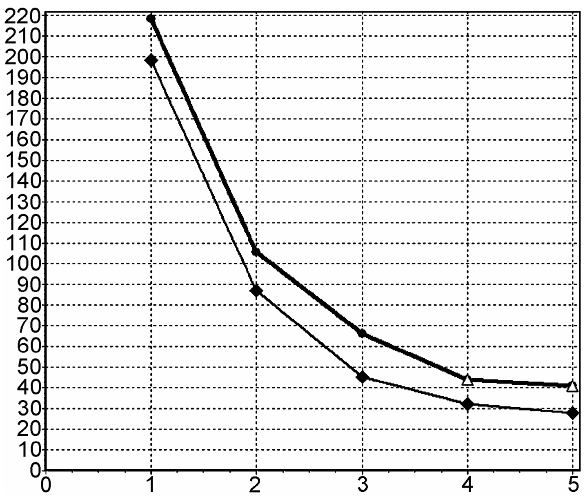

Рисунок 3 – Зависимость трудозатрат обучающегося №2 от номера задания. Ромбы – реальные трудозатраты, кружки – трудозатраты, вычисленные в модели Марковского процесса.

Состояние S_2, отвечающее действиям отмены неправильных действий исчезло, остались только действия просмотра и установки пазлов. Уменьшение трудозатрат, как для обучающегося №1, так и для обучающегося №2 обусловлено тем, что увеличивается относительная частота правильных действий. Это происходит в результате самообучения на основе автоматического информационного регулирования действий обучающегося [2]. Обучающиеся, на основе собственного опыта, самостоятельно продуцирует информацию о пространственном объекте, используя при этом разные способы решения задач.

Обучающийся №2, прежде чем устанавливать пазлы на рабочее поле, просматривает их и при установке совершает очень мало ошибочных действий. Можно предположить, что функция пространственного синтеза обучающегося №2 существенно лучше развита, нежели у обучающего №1.

Обучающийся №1 просматривает пазлы перед их установкой на рабочее поле существенно реже. Его попытки извлечь информацию из просмотров пазлов терпят провал. Он действует преимущественно методом проб и ошибок. Как следствие этого, прежде чем он исключил все ошибки, ему потребовалось провести сборку пространственного объекта 19 раз. Однако, качество приобретенных навыков существенно выше чем у первого испытуемого.

Результаты

Таким образом, при одинаковом конечном результате самообучения (достижения безошибочного выполнения задания) имеются существенные различия в способах получения этого результата, которые обусловлены индивидуальными особенностями мыслительной сферы обучающихся. Как следствие этого, трудозатраты обучающихся, действующих методом проб и ошибок существенно больше, чем у обучающихся, действующих на основе зрительного синтеза пространственного объекта. Моделирование учебной деятельности Марковским процессом позволяет получать дополнительную информацию о памяти обучающихся и об особенностях учебной деятельности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Доррер, А.Г. Моделирование и разработка интерактивных обучающих систем с адаптацией [Электронный ресурс]: дис. канд. техн. наук: 05.13.01. – Красноярск: РГБ, 2006 (Из фондов Российской Государственной Библиотеки).

2. Дьячук П.П., Динамическая информационная система управления и диагностика обучаемости / П.П. Дьячук, И.В. Шадрин // Информационные технологии моделирования и управления. – 2008. – № 2(45). – С. 229–237