

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЦЕПИ ЧУА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ

Т. В. Патрушева, Е. М. Патрушев

Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова
г. Барнаул

Разработка измерительного преобразователя, основанного на цепи Чуа [1] должна включать анализ состояния колебательной системы по временным выборкам. Цепь Чуа описывается следующей системой уравнений в обобщённых величинах:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = \alpha \cdot (y - x - h(x)) \\ \frac{dy}{d\tau} = x - y + z \\ \frac{dz}{d\tau} = -\beta \cdot y \end{cases}, \quad (1)$$

где x, y, z – переменные состояния системы; α, β – бифуркационные коэффициенты; $h(x)$ – нелинейный элемент.

Поскольку колебания системы носят хаотический характер, анализ их движения является нетривиальной задачей. Восстановлению аттрактора, а также самой системы по одной временной реализации посвящены работы [2, 3, 9]. Прежде всего, нужно отметить неповторяемость колебаний во времени, а также их негармонический характер. Кроме этого, получаемые реализации зависят не только от параметров системы, но и от ее начального состояния. Одним из способов описания движения в такой системе является применение символической динамики, когда движение сопоставляется некоторому алфавиту состояний. Получаемая при этом последовательность символов также будет неповторяемая, но тем не менее обладать некоторыми замечательными свойствами, которые определяются свойствами самой системы. Так, например, кодируя символами «1» и «0» состояния дискретного логистического отображения можно получить последовательность Морса-Туэ [4], конечно, это возможно лишь в случае развитого хаоса. Колебания системы Чуа не являются дискретными, но используя сечение Пуанкаре можно получить двумерное пространство точек, которое тоже можно закодировать алфавитом. Однако стоит заметить, что развитой

хаос в цепи Чуа, наблюдаемый в режиме аттрактора «двойной завиток» (рисунок 1) характерен тем, что отображение Пуанкаре не бывает унимодальным. Следовательно, для кодирования состояния системы таким способом, алфавита из двух символов будет недостаточно. В работе [5] рассмотрена символическая динамика цепи Чуа в унимодальных режимах спиральных хаотических колебаний.

В работе [6] рассмотрен другой способ символического кодирования для аттрактора Лоренца. Предлагается обход левого отверстия аттрактора обозначать 1, правого 0. Применительно к аттрактору «двойной завиток» данный способ также может быть использован с некоторыми модификациями.

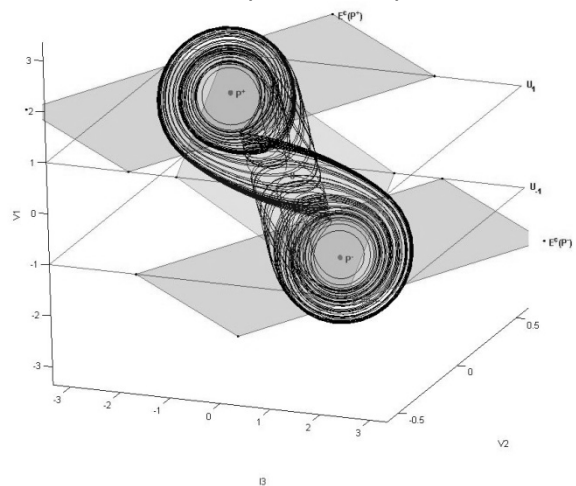


Рисунок 1 – Аттрактор «двойной завиток» представлен в координатах x, y, z . Построен с помощью ABC++ в MathLab [7]

Система (1) имеет три неустойчивые точки равновесия, которые обеспечиваются нелинейной характеристикой $h(x)$, причём одна из этих точек совпадает с началом координат. Движение изображающей точки в пространстве идёт в обход этих точек равновесия. Принимая во внимание, что окрестность начала координат является средним слоем аттрактора, будем учитывать только обход крайних точек равновесия. Так как аттрактор обладает симметрией и нельзя вы-

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЦЕПИ ЧУА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ

делить у него «верх» и «низ» примем следующий алгоритм кодирования: повторный обход того же положения равновесия обозначим «0», переход в окрестность другого положения равновесия – символом «1» (рисунок 2).

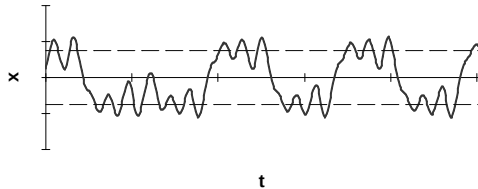


Рисунок 2 – Временная реализация $x(t)$, соответствующая последовательности $s=01000001001001001001$

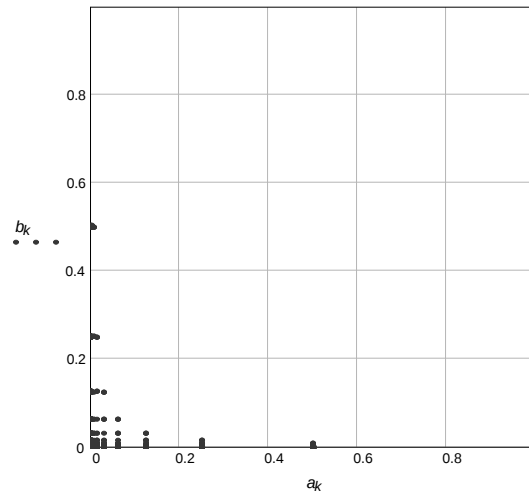
Получаемая последовательность s_i зависит от свойств самой системы. Начальные параметры системы определяют, с какого элемента бесконечной последовательности мы будем получать коды. Поскольку начальные параметры реальной системы в момент включения предсказать невозможно, следовательно, получить дважды одну и ту же последовательность также нельзя. Но из полученной последовательности будем выбирать участки кодов для составления двоичных чисел. Будем записывать символическое будущее a и символическое прошлое b по следующим формулам:

$$a_k = \sum_{j=1}^M \frac{s_{k+j}}{2^j}, \quad b_k = \sum_{j=1}^M \frac{s_{k-j+1}}{2^j}, \quad (2)$$

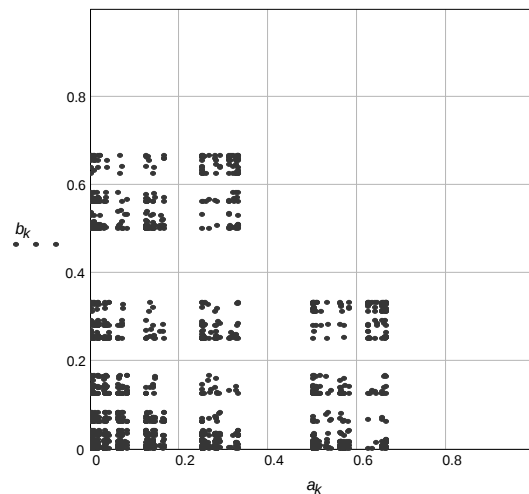
где k – номер элемента общей последовательности, для которого вычисляется символическое прошлое и символическое будущее; M – разрядность двоичного числа, извлекаемого из общей последовательности.

Изображение получаемых чисел на плоскости параметров a_k, b_k можно назвать «символической судьбой». Исследования были проведены с помощью численного моделирования. Решение системы (1) выполнялось методом Рунге-Кутты 4 порядка. Длительность временной реализации $x(t)$ выбиралась такой, чтобы обеспечить не менее 1500 элементов в последовательности s_k . Разрядность M была взята равной 20.

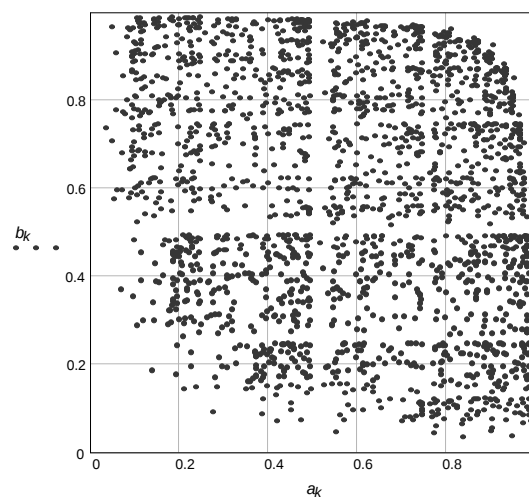
Бифуркационные коэффициенты α и β выбирались так, чтобы обеспечить существование аттрактора «двойной завиток». Данный режим обеспечивается в довольно узкой полосе параметров.



а) $\alpha = 8.81 \quad \beta = 14.286$

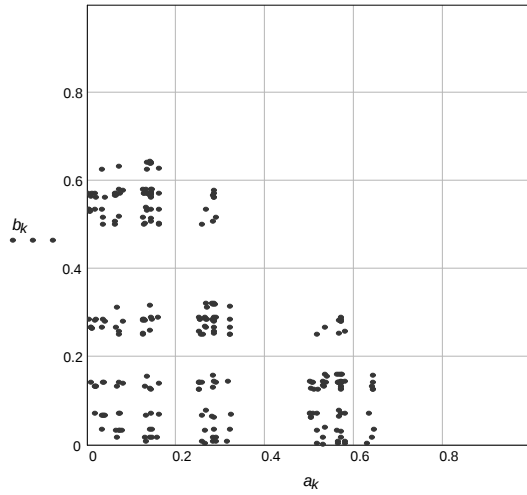


б) $\alpha = 9 \quad \beta = 14.286$

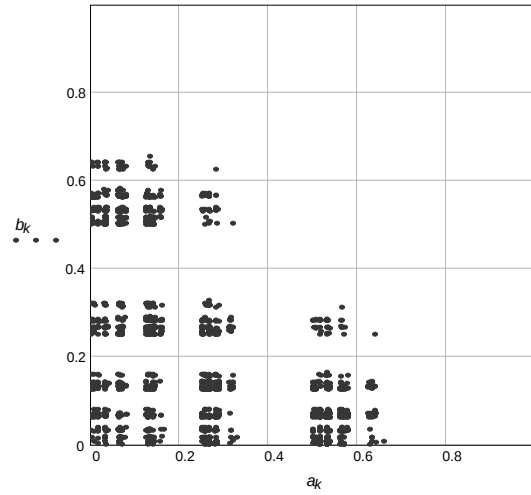


в) $\alpha = 10.7 \quad \beta = 14.286$

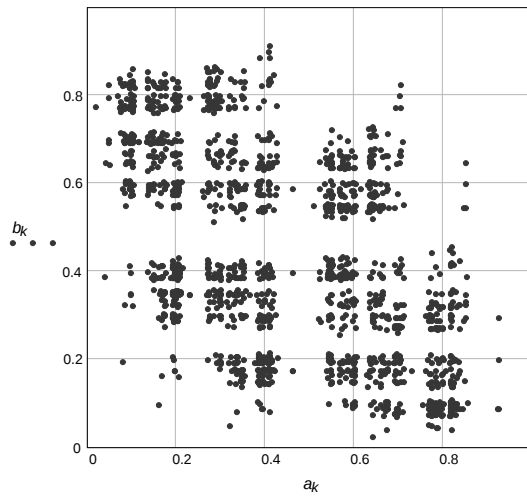
Рисунок 3 – Диаграммы «символической судьбы» при изменении параметра α от границы рождения до гибели аттрактора



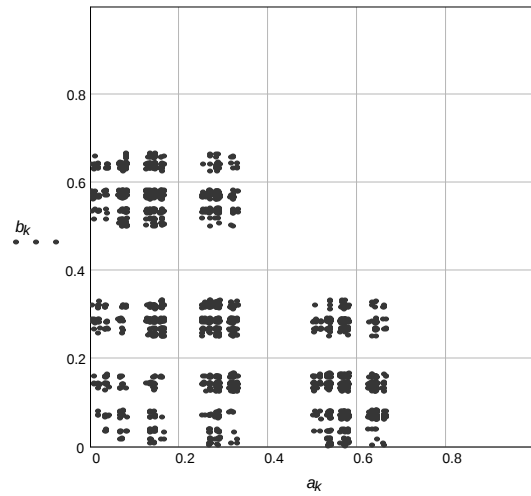
а) $\alpha = 9$ $\beta = 12.987$



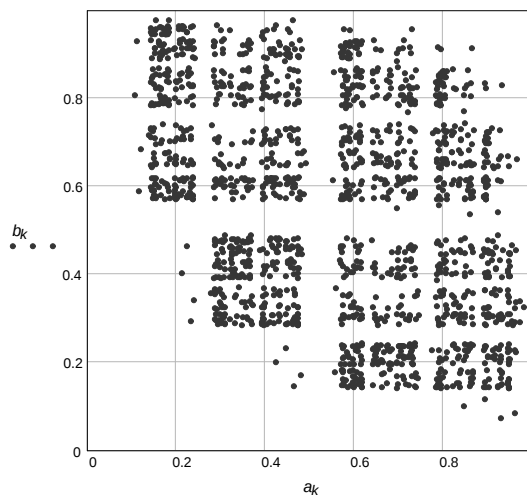
а) $\alpha = 10.8$ $\beta = 17.143$



б) $\alpha = 9$ $\beta = 11.905$

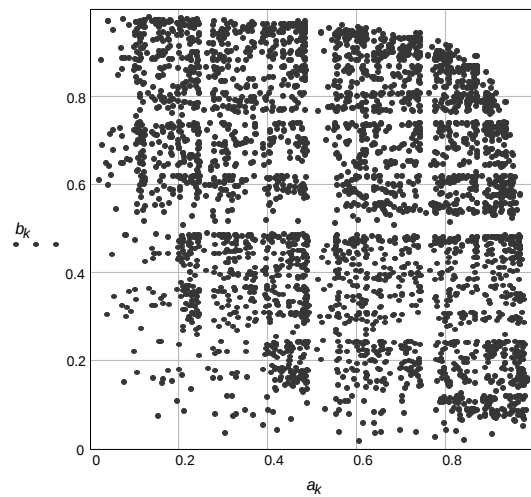


б) $\alpha = 13.5$ $\beta = 21.429$



в) $\alpha = 9$ $\beta = 11.614$

Рисунок 4 – Диаграммы «символической судьбы» при изменении параметра β от границы рождения до гибели аттрактора



в) $\alpha = 21.6$ $\beta = 34.286$

Рисунок 5 – Диаграммы «символической судьбы» при одновременном изменении параметров α и β

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОГЕНЕРАТОРНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ ЦЕПИ ЧУА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ

В качестве базовой точки были выбраны «классические» значения $\alpha_0=9$, $\beta_0=100/7$. Следует отметить, что данная точка лежит вблизи границы рождения аттрактора «двойной завиток» [8]. На плоскости параметров α , β были взяты точки правее, ниже и правее вверх относительно (α_0, β_0) , как это было предложено в [1].

Полученные диаграммы «символической судьбы» представлены на рисунках 3-5.

Проведённое исследование позволило сделать следующие выводы:

- режим работы вблизи границы рождения аттрактора характерен минимальным разнообразием символических последовательностей. Положения точек на диаграмме «символической судьбы» говорят о присутствии длинных последовательностей нулей и лишь изредка встречающихся единиц - система «предпочитает» спиральное вращение вокруг одной из точек равновесия с редко пересекающимися перескоками (рисунок 3а);

- внутри рабочей области наблюдается увеличение разнообразия возможных состояний, бинарное дерево символических траекторий становится более развитым (рисунки 3б, 4а, 4б, 5а, 5б);

- области хаоса, соседствующие с окнами периодичности, могут демонстрировать уменьшение количества возможных символических траекторий (ср. рисунки 3б и 4а);

- в случае выбора параметров системы, близких к состоянию гибели аттрактора, наблюдается развитый хаос. Большое разнообразие символических траекторий, с большим количеством следующих подряд единиц говорит о частом переключении системы к вращению вокруг другого положения равновесия (рисунки 3в, 4в, 5в).

Разнообразие символических траекторий связывают с существованием неустойчи-

вых периодических орбит [10], которые могут быть стабилизированы, например методом OGY. Рассмотренный в данной работе способ исследования хаотических систем может способствовать поиску таких орбит.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патрушев Е.М., Патрушева Т.В. Выбор оптимального режима работы измерительного преобразователя основанного на осцилляторе Чуа//Измерение, контроль и информатизация: Материалы девятой международной научно-технической конференции ИКИ-2009.-Барнаул: АлтГТУ, 2009. с93-93.
2. Никульчев Е. В. Геометрический подход к моделированию нелинейных систем по экспериментальным данным: монография.— М.: МГУП, 2007.— 162 с.
3. Паркер Т.С., Чуа Л.О. Введение в теорию хаотических систем для инженеров. — М.:ТИИЭР.1987,Т.75, №8, с.6-39
4. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций).-М. Изд.-во Физматлит., 2001.-296с.
5. Maranhao D.M., Prado C.P. Evolution of chaos in the Matsumoto-Chua circuit:a symbolic dynamics approach. Braz. J. Phys. 2005, vol.35, n.1, pp. 162-169.
6. Williams R.F. The structure of Lorenz attractors // Publ. Math. IHES, 1979. Ser. C50. p. 73–100.
7. Kennedy, M.P. ABC (Adventures in Bifurcation and Chaos): a program for studying chaos. Journal of the Franklin Institute, vol.331B, no.6,1994. pp.631-658.
8. Matsumoto, T., Chua, L.O., Komuro, M.; "Birth and death of the double scroll," Physica D, Jan.-Feb. 1987, vol. 24D, (no. 1-3): 97-124..
9. Cvitanovi'c P, et al., Chaos: Classical and Quantum, ChaosBook.org Niels Bohr Institute, Copenhagen 2009
10. Plumecoq J., Lefranc M. From template analysis to generating partitions I: Periodic orbits, knots and symbolic encodings. Physica D 144 (2000) pp.231–258.