

# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ НА ИЗГИБ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАГНИТНОГО СТЕРЖНЯ

Г. Е. Левшин, К. И. Павлюк

Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова,  
г. Барнаул, Россия

Из горизонтальных литейных магнитных стержней (МСт) наиболее известны имеющие сердечник с полюсными наконечниками и цилиндрическую катушку, окруженную слоем (круглого или прямоугольного сечения) намагниченного формовочного материала (НФМ). При малой магнитной индукции  $B_e$  нижняя (от среднего горизонтального сечения МСт) часть слоя НФМ отрывается под соб-

ственным весом (с появлением изгибающего момента) от верхней по указанному сечению из-за недостаточной прочности (рисунок 1). При проектировании конструкции и технологии изготовления МСт необходимо рассчитать требуемые прочность слоя НФМ и индукцию  $B_e$  для ее обеспечения. Ниже приведен пример такого расчета (из-за отсутствия в доступной литературе).

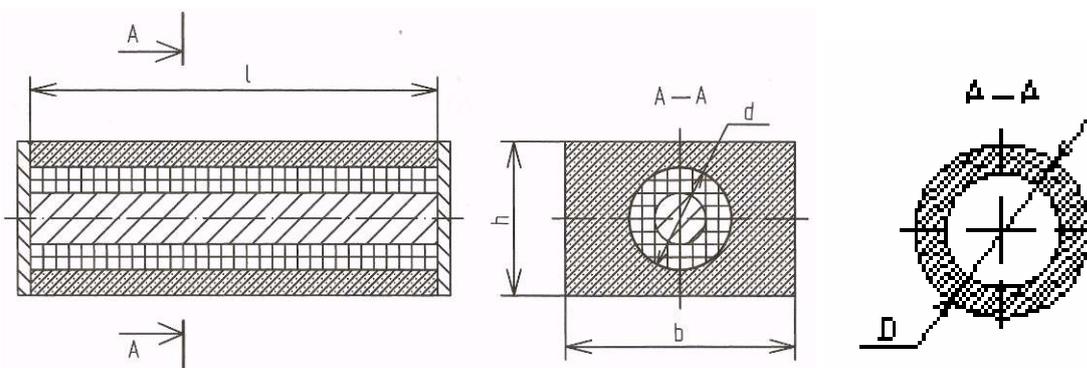


Рисунок 1 – Горизонтальный центральный магнитный стержень прямоугольного и круглого (схема) сечения

При массе  $m$  слоя НФМ длиной  $l$  распределенная нагрузка равна  $q = \frac{m \cdot g}{l}$ , а изгибающий момент в середине длины МСт имеет максимальное значение  $M_{\max} = \frac{q l^2}{8} = \frac{m g l}{16}$ . Здесь масса  $m$  делится на 2, т. к. верхняя половина слоя НФМ удерживается катушкой.

Для определения прочности при изгибе  $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]_{\text{НФМ}}$ , находили моменты сопротивления  $W$  нижних половин сечений на рисунке 1.

Рассмотрим сначала расчет МСт прямоугольного сечения. Для этого нашли координаты центра тяжести нижней половины сечения:

$$Y_c = \frac{A_1 Y_1 - A_2 Y_2}{A_1 - A_2}, \quad (1)$$

где  $A_1$  – площадь прямоугольника;  $A_2$  – площадь полукруга;  $Y_1$  и  $Y_2$  – соответственно координаты центров масс прямоугольника и круга соответственно (рисунок 2).

Для определения координаты  $Y_2$  применили двойной интеграл. При этом координату  $Y_{c1}$  центра масс полукруга находили по формуле:

$$Y_{c1} = \frac{\iint y \, dx \, dy}{\iint dx \, dy}, \quad (2)$$

Вычисление интегралов, входящих в формулу (2), показал:

$$\iint dx \, dy = \iint \rho \, d\rho \, d\varphi = \int_0^\pi d\varphi \int_0^R \rho \, d\rho = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$\iint y \, dx \, dy = \iint \rho^2 \sin\varphi \, d\rho \, d\varphi = \int_0^\pi \sin\varphi \, d\varphi \int_0^R \rho^2 \sin\varphi \, d\rho = \int_0^\pi \frac{R^3}{3} \sin\varphi \, d\varphi = \frac{2R^3}{3}$$

где  $\rho$  и  $\varphi$  – текущие значения радиуса и угла его поворота.

В результате координаты  $Y_{c1} = \frac{4R}{3\pi}$ , а  $Y_2 = h/2 - 2d/3\pi$

Подставив эти значения в (1), получили

$$Y_c = \frac{\frac{bh^2}{2} \frac{\pi d^2}{2} \left( \frac{h}{2} - \frac{2d}{3\pi} \right)}{\frac{bh}{2} \frac{\pi d^2}{2}} \quad (3)$$

## РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ НА ИЗГИБ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАГНИТНОГО СТЕРЖНЯ

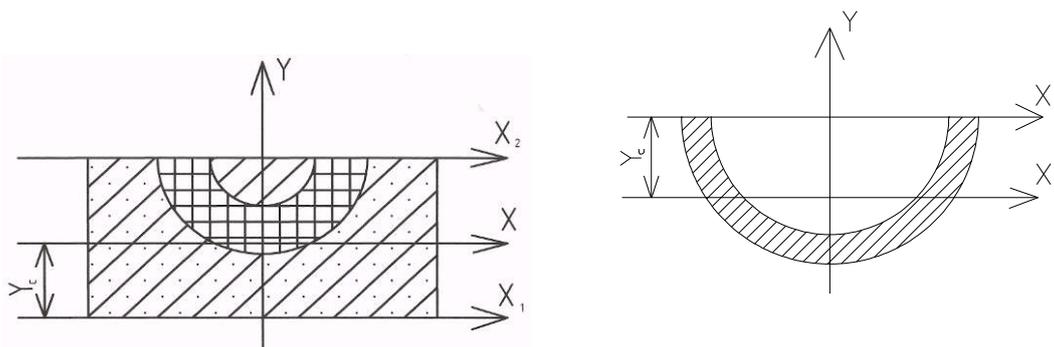


Рисунок 2 – Нижние половины прямоугольного и круглого (схема) сечений

Найти сразу момент инерции сечения (рисунок 2) относительно оси  $X$ , которая является нейтральной, сложно, поэтому сначала определили момент инерции относительно оси  $X_2$ :

$$I_{X_2} = \frac{1}{2} \left( \frac{bh^3}{12} - \frac{\pi d^4}{64} \right) \quad (4)$$

Момент инерции сечения относительно оси  $X$  нашли при помощи параллельного переноса:

$$I_X = I_{X_2} - A \left( \frac{h}{2} - Y_c \right)^2, \quad (5)$$

где  $A$  – площадь сечения, равная  $\left( \frac{bh}{2} - \frac{\pi d^2}{8} \right)$ .

Момент сопротивления сечения вычислили как:

$$W = \frac{I_X}{Y_c} \quad (6)$$

По формуле (1) определили напряжение.

Так, эти параметры для прямоугольного МСт с размерами  $h=0,1$  м,  $b=0,11$  м,  $d=0,08$  м и  $l=0,268$  м, массой дробы ДСЛ 08  $m=7$  кг (рисунок 1) составили: распределенная нагрузка  $q = 130 \frac{H}{m}$ , центр тяжести сечения (рисунок 2)  $Y_c = 0,018$  м, моменты инерции относительно осей  $X_2$ ,  $X$  соответственно  $I_{X_2} = 3,58 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$ ,  $I_X = 0,52 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$ , а моменты сопротивления для сечения  $W = 28,9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$  и изгибающий  $M^{max} = 1,149 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , напряжение  $\sigma_{u3z} = 0,04 \text{ МПа}$ .

С помощью специально разработанных прибора, образца, приспособления [пат. РФ № 2163365, 2274846] и методики определяли необходимую индукцию  $B_e$  для обеспечения требуемой прочности образцов НФМ в виде стальной литой и колотой дробы и нашли графические и аппроксимационные зависимости  $\sigma_{u3z} = f(B_e)$  и  $B_e = f(\sigma_{u3z})$ . Аппроксимировали степенной, параболической и линейной функциями с достоверностью  $R^2$  0,96–0,981 в первом случае, 0,822–0,939 во втором и 0,864–0,904 в третьем (таблица 1).

Подставив значение напряжения при изгибе  $\sigma_{u3z}$ , рассчитанного в примере, в уравнения аппроксимации степенной функции получили расчетное среднее значение внешней индукции  $B_e$ , создаваемой намагничивающим устройством в воображаемом слое НФМ и необходимой для обеспечения прочности реального слоя НФМ магнитного стержня на изгиб (таблица 1).

Экспериментальная проверка показала удовлетворительное приближение расчетных значений прочности и средней индукции  $B_e$  к экспериментальным (с учетом сложного характера разрушения слоя НФМ и наличия дополнительной силы трения при извлечении готового МСт из оснастки).

Таблица 1 – Значение индукции  $B_e$ , обеспечивающей прочность слоя магнитного стержня из различных НФМ при изгибе

Дробь	Размер частиц, мм	Уравнение зависимости $B_e = f(\sigma_{u3z})$	Индукция $B_e$ , Тл
Колотая	0,63–1,0	$B_e = 0,21 \sigma_{u3z}^{0,449}$	0,0495
Литая	0,63–1,0	$B_e = 0,174 \sigma_{u3z}^{0,402}$	0,0477
Литая	0,8	$B_e = 0,191 \sigma_{u3z}^{0,498}$	0,0474

В случае МСт круглого сечения определили центр тяжести этого сечения (рисунок 2) также по формуле (1), в которой  $A_1$  – площадь большего полукруга;  $A_2$  – площадь меньшего полукруга;  $Y_1$  и  $Y_2$  – соответственно координаты центров масс большего и меньшего полукруга относительно оси  $X_1$ . Подставив необходимые значения в (1), получили:

$$Y_c = \frac{D^3 - d^3}{12} \frac{8}{\pi(D^2 - d^2)} \quad (7)$$

Выражение (7) проверили при помощи двойного интеграла (2):

$$Y_c = \frac{\iint y dx dy}{\iint dx dy} = \frac{D^3 - d^3}{12} \frac{8}{\pi(D^2 - d^2)}, \quad \text{предварительно вычислив}$$

$$\iint y dx dy = \int_0^\pi d\varphi \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \rho^2 \sin\varphi d\rho = \left(\frac{D^3}{24} - \frac{d^3}{24}\right) \int_0^\pi \sin\varphi d\varphi = \frac{D^3 - d^3}{12}$$

$$\iint dx dy = \iint \rho d\rho d\varphi = \int_0^\pi d\varphi \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \rho d\rho = \int_0^\pi \left(\frac{D^2}{8} - \frac{d^2}{8}\right) d\varphi = \frac{\pi}{8} (D^2 - d^2)$$

Легко видеть правильность определения координаты  $Y_c$ .

Определить момент инерции сечения относительно оси  $X$  сразу достаточно сложно, поэтому сначала нашли момент инерции относительно оси  $X_1$ :

$$I_{X_1} = \frac{\pi D^4}{32} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \quad (8)$$

Момент инерции сечения в виде полукольца относительно оси  $X$  равен:

$$I_X = I_{X_1} - A \cdot Y_c^2,$$

где  $A$  – площадь полукольца, равная  $\left(\frac{\pi D^2}{8} - \frac{\pi d^2}{8}\right)$ .

Момент сопротивления для этого сечения:

$$W = \frac{I_X}{D - Y_c} \quad (9)$$

Найденный момент сопротивления подставляли в условие прочности и определяли напряжение. Далее (аналогично предыдущему случаю) по зависимости  $B_e = f(\sigma_{\text{изл}})$  находили необходимую индукцию  $B_e$  магнитного поля для обеспечения достаточной прочности слоя НФМ стержня.

Приведенный расчет позволяет уже на стадии проектирования намагничивающего устройства и МСт определить их необходимые параметры и исключить последующую доработку.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левшин Г. Е. Литье в магнитные формы: монография/ Г.Е. Левшин, И.Л. Матюшков; Алт. гос. техн. ун-т им. И. И. Ползунова.- Барнаул: изд-во АлтГТУ, 2006.- 688 с.
2. Сопротивление материалов: учебник для вузов /под ред. А. Ф. Смирнова. Изд. 3-е, перераб. и доп. - М.: «Высшая школа», 1975.- 480 с.