

СИНТЕЗ НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СИММЕТРИРОВАНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Каплун Д.И. – м.н.с., Меркучева Т.В. – аспирантка
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича

Развитие инфокоммуникационных технологий во многом базируется на достижениях цифровой обработки сигналов (ЦОС), призванной решать задачи приема, формирования, обработки и передачи информации в реальном масштабе времени. Осуществление сложных алгоритмов ЦОС требует, соответственно, применения эффективных базовых алгоритмов ЦОС, и в первую очередь, цифровой фильтрации, экономично использующих соответствующие технические ресурсы. Соответственно, к параметрам цифровых фильтров в современных системах цифровой обработки сигналов начинают предъявляться повышенные требования. Растут порядки фильтров, нередко достигая тысячи и более. Возрастает разрядность обрабатываемых данных. Это ведёт к увеличению объёма вычислений, а значит, и к резкому росту аппаратных затрат. При синтезе цифровых фильтров наибольшие затраты времени и оборудования приходится на операции умножения. Следовательно, задача минимизации времени вычислений и уменьшения аппаратных затрат сводится к минимизации количества умножений, требуемых для вычисления очередного отфильтрованного отсчёта.

В современной цифровой обработке сигналов наиболее употребимы два варианта реализации цифровой фильтрации: с помощью программируемых логических интегральных схем (ПЛИС), с помощью цифровых процессоров обработки сигналов (ЦПОС, Digital Signal Processor – DSP)

В настоящее время наблюдается переход к использованию именно ПЛИС, что обусловлено следующими их преимуществами:

- высокая тактовая частота;
- большее число аппаратных интерфейсов по сравнению с ЦПОС;
- гибкость при разводке платы, позволяющая подавать данные произвольной разрядности.

Кроме того, стоимость ПЛИС ниже, чем стоимость сигнальных процессоров, а усло-

вия эксплуатации их одинаковы, поэтому производители аппаратуры ЦОС стараются использовать именно ПЛИС.

Функциональность ПЛИС зависит от количества размещённых на ней устройств обработки. Каждое устройство, размещаемое на ПЛИС, использует определённое количество её ресурсов. Одними из наиболее критичных элементов в ПЛИС являются умножители. В состав каждой ПЛИС входит фиксированное количество умножителей, которые могут быть использованы для построения определённого числа систем, либо одной сложной схемы, поэтому предлагается для оптимального использования ресурсов ПЛИС минимизировать число ненулевых коэффициентов фильтра, что позволит уменьшить количество используемых умножителей, а значит освободить место для других устройств, сократив, таким образом, программно-аппаратные, а значит и материальные затраты.

Цель исследования – повышение эффективности алгоритмов и устройств цифровой фильтрации путем разработки метода их построения, оптимизирующего использование программных и аппаратных средств.

Метод симметрирования АЧХ цифровых фильтров

При современной аппаратной реализации целесообразно уменьшить количество умножителей, необходимых для построения системы. Сократить число умножителей предлагается за счёт обнуления части коэффициентов передаточной функции (ПФ). Обнулить часть коэффициентов ПФ, при определённых условиях, позволяет использование обобщённой леммы Бернштейна.

Обобщённая лемма Бернштейна[1,2]

Рассмотрим задачу аппроксимации функции $\xi(x)$ на множестве E_k , где аппроксимирующей функцией является полином $P(x, \bar{A})$, а в качестве критерия используем норму:

СИНТЕЗ НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СИММЕТРИРОВАНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$\| \cdot \|_q = \left\{ \int_{E_k} |p(x)| \xi(x) - P(x, \bar{A})|^q dx \right\}^{1/q}, q \geq 1 \quad (1)$$

В частных случаях формулу (1) удобно использовать для среднеквадратического приближения (при $q = 2$) и наилучшего равномерного приближения (чебышёвское, при $q = \infty$).

Тогда, если множество E_k симметрично относительно начала координат, и полином $P(x, \bar{A})$ может быть представлен в виде суммы чётных и нечётных функций, то наилучшее приближение в используемой метрике при помощи полинома общего вида то же, что при помощи полинома содержащего только чётные функции, когда $\xi(x)$ – чётная функция, и такое же, что и при помощи полинома содержащего только нечётные функции, когда $\xi(x)$ – функция нечётная.

Замечание: весовая функция в выражении (1) чётная, т. е. $p(x) = p(-x), x \in E_k$, что определяется чётностью или нечётностью функции $\xi(x)$.

Применение обобщённой леммы Бернштейна для синтеза фильтров заставляет учитывать два ограничения:

- требования к фильтру должны быть симметричны или антисимметричны на симметричном множестве;
- аппроксимирующий полином должен представлять собой сумму чётных и нечётных функций.

Рассмотрим данные ограничения более подробно.

Симметрирование амплитудно-частотной характеристики как способ уменьшения числа множителей

Одним из способов минимизации числа ненулевых коэффициентов ПФ фильтра может быть симметрирование его АЧХ.

Рассмотрим требования, которым должна удовлетворять АЧХ фильтра, чтобы её можно было назвать симметричной.

Введём обозначения: f_o – частота дискретизации, f – частота, нормированная к половине частоты дискретизации ($f = 0,5 \cdot f / f_o$); $\hat{f}_{-x}, \hat{f}_x$ – левая и правая граничные частоты полосы пропускания (ПП); $\hat{f}_{-k}, \hat{f}_k$ – левая и правая граничные частоты полосы задерживания (ПЗ); δ_1 и δ_2 – неравномерности в полосах пропускания и задерживания (рис. 1).

Условия симметричных требований к АЧХ для различных типов избирательности:

- фильтры нижних и фильтры верхних частот (ФНЧ и ФВЧ): $\delta_1 = \delta_2$ и $\hat{f}_x = 1 - \hat{f}_k$;
- режекторные и полосовые фильтры (ПЗФ и ППФ): одинаковые неравномерности в ПП (для ПЗФ) и в ПЗ (для ППФ), $\hat{f}_{-x} = 1 - \hat{f}_x$ и $\hat{f}_{-k} = 1 - \hat{f}_k$.

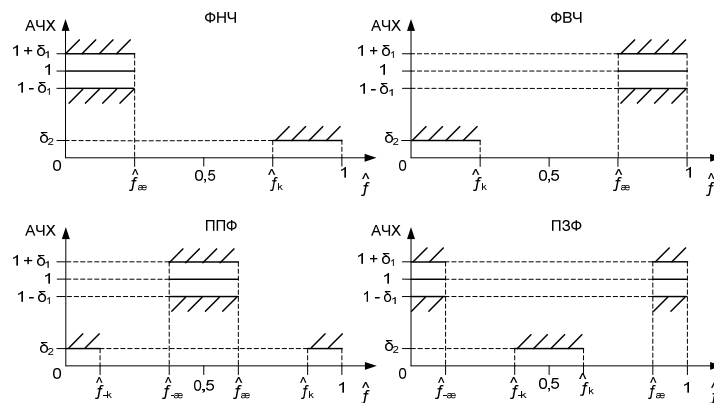


Рисунок 1 – Типы фильтров и их характеристики

Частным случаем симметрии АЧХ является двойная симметрия. Свойством двойной симметрии могут обладать АЧХ полосовых и режекторных фильтров. Фильтры с двойной симметрией АЧХ должны удовлетворять следующим условиям:

- ППФ или ПЗФ должны быть симметричны;

$$\hat{f}_{-x} = \frac{1}{2} - \hat{f}_k$$

- неравномерности во всех полосах должны быть одинаковыми.

Было показано[3], что фильтры, АЧХ которых обладает свойством симметрии, имеют почти в два раза меньшее число ненулевых коэффициентов ПФ, тогда как при условии

двойной симметрии АЧХ, ПФ может содержать до четверти ненулевых коэффициентов.

Если изначальные требования к АЧХ фильтра не являются симметричными, необходимо произвести симметрирование за счёт ужесточения требований к фильтру. Методик симметрирования может быть несколько. Например, для ФНЧ симметрировать исходные требования можно при помощи каскадного метода, метода прямого симметрирования или за счёт повышения частоты дискретизации.

Пример расчёта фильтра с двойной симметрией АЧХ

В качестве иллюстрации выигрыша от уменьшения числа умножителей можно привести пример расчёта фильтра.

Для оценки эффективности реализации цифровых фильтров с симметричными АЧХ использовалась ПЛИС семейства CycloneII

EP2C20 фирмы Altera, процессор ЦОС ADSP TS201S фирмы Analog Devices.

Пусть заданы следующие требования к ППФ: полоса пропускания 0,35 – 0,7; полосы задерживания 0 – 0,15 и 0,8 – 1 (в нормированной шкале частот); неравномерность АЧХ во всех полосах равняется 0,025.

Амплитудно-частотная характеристика такого фильтра не обладает свойством симметрии. Однако, если левую граничную частоту полосы пропускания (0,35) сдвинуть в область полосы расфильтровки так, что она станет равной 0,3, а левую граничную частоту полосы задерживания (0,15) сдвинуть в область полосы расфильтровки так, что она станет равной 0,2, то, при условии выполнения первоначальных требований, полученный фильтр будет обладать свойством двойной симметрии АЧХ (рисунок 2)

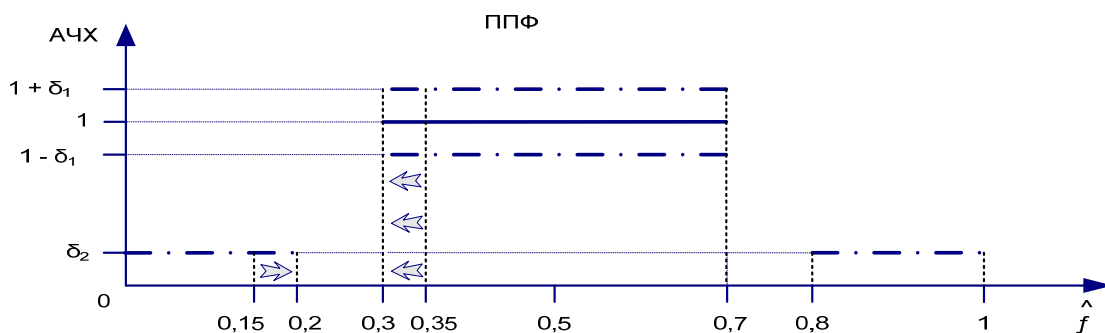


Рисунок 2 – Задание требований к фильтру

Фильтр, рассчитанный по исходным требованиям, имеет длину 29, для реализации такого фильтра требуется 15 умножений.

Фильтр, рассчитанный по симметричным требованиям, имеет длину 31, для реализа-

ции такого фильтра требуется 5 умножений. На рис.3 представлен график импульсной характеристики (ИХ) полученного фильтра.

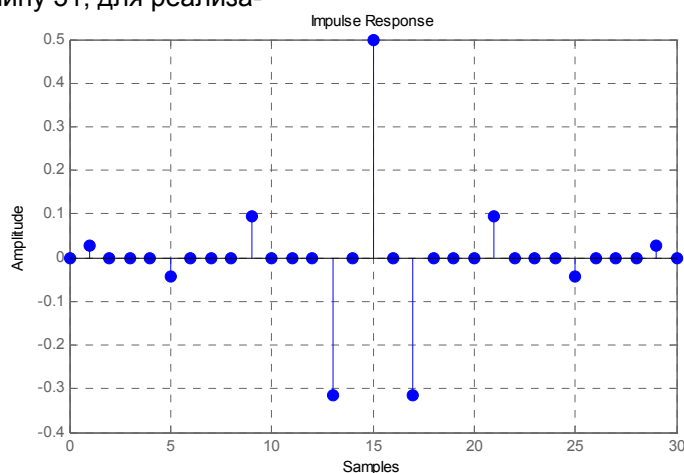


Рисунок 3 – ИХ фильтра синтезированного по требованиям двойной симметрии

СИНТЕЗ НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СИММЕТРИРОВАНИЯ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

При реализации двух данных фильтров на ПЛИС семейства CycloneII EP2C20F256

фирмы Altera были получены результаты, представленные в таблице.

Таблица

Результаты реализации фильтров

Параметр	Общее число элементов	Исходный ППФ	ППФ с двойн. симм. АЧХ
Логические элементы	18 752	1029 (5,4%)	330 (1,8%)
Регистры	-	773	232
Память	239 616	270 (<1%)	90 (<1%)
Умножители 9x9	52	30 (57,7%)	10 (19,2%)

Из таблицы 2 видно, что наиболее критичным по количеству элементов являются умножители. То есть на ПЛИС данного типа может быть реализован один фильтр, синтезированный по исходным требованиям, и до четырёх фильтров, подобных ППФ, требования к АЧХ которых удовлетворяют свойству двойной симметрии.

При реализации цифровых фильтров с симметричными АЧХ на ЦПОС за основу принимается показатель эффективности реализации, выраженный в количестве процессорных циклов на один отсчёт входного сигнала – W .

Для того чтобы получить выигрыш в количестве циклов на один отсчёт входного сигнала, ИХ фильтра должна иметь регулярную структуру, а для этого необходимо представить ПФ симметричного фильтра в виде суммы двух полиномов, где один полином содержит чётные степени ПФ, другой – нечётные:

$$H(z) = \sum_{i=0}^{R/2} b_{2i} z^{-2i} + \sum_{k=0}^{R/2-1} b_{2k+1} z^{-2k+1}, \quad (2)$$

где R – порядок ПФ. Формула приведена для фильтров, имеющих ИХ первого типа; ИХ первого типа позволяет реализовывать фильтры любой избирательности.

Если при симметрировании АЧХ импульсная характеристика фильтра имеет вид, когда все чётные (или нечётные) коэффициенты равны нулю, то все коэффициенты одного из полиномов в формуле (2) равны нулю.

Если ИХ имеет вид, когда все чётные (или нечётные) коэффициенты равны нулю, за исключением центрального коэффициента, то это значит, что один из полиномов в формуле (2) имеет ненулевые коэффициенты, а другой имеет один ненулевой коэффициент, соответствующий центральному отсчёту с индексом $R/2$.

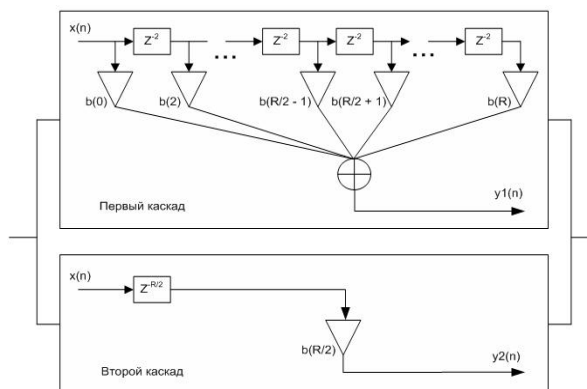


Рисунок 4 – Параллельное соединение двух фильтров

Сумма двух полиномов может быть представлена в виде параллельного соединения двух фильтров (рис.4). При таком преобразовании структуры фильтра мы можем получить уменьшение количества циклов на отсчёт почти в два раза для симметричного фильтра и почти в четыре раза для фильтра с двойной симметрией. Следовательно, фильтры с симметричными АЧХ, реализованные на ЦПОС, могут обрабатывать входной сигнал более высокой тактовой частоты, чем обычные нерекурсивные фильтры.

При реализации фильтра из предыдущего примера с симметричными АЧХ на процессоре ЦОС ADSP TS201S количество циклов на отсчёт (W) составило: для стандартного нерекурсивного фильтра – 39; для фильтра с двойной симметрией – 12.

Симметрирование АЧХ фильтра приводит к ужесточению требований и, следовательно, к увеличению порядка фильтра. Однако, число ненулевых коэффициентов при такой операции, как правило, уменьшается. Таким образом, решение симметричной задачи позволяет при различных технологиях проектирования фильтров увеличить быстродействие и уменьшить количество задействованных элементов устройства, или увеличить число фильтров на кристалле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ланнэ, А. А. «Синтез нерекурсивных цифровых фильтров с симметричными характеристиками» // Радиоэлектроника. – 1995. – Т.38 - № 3 – 4. – С. 38-60
2. Бернштейн, С. Н. «Экстремальные свойства полиномов», ОНТИ НКПГ, 1937
3. Каплун Д. И., Ланнэ А. А., Меркучева Т. В. «Новый метод синтеза линейных цифровых нерекурсивных цепей и алгоритмов с линейными фазо-частотными характеристиками» // 10-ая Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» (сборник трудов конференции). – 2009. – С.166-169.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Опубликованные работы по теме исследования в изданиях, рекомендованных ВАК

1. Ланнэ А. А., Меркучева Т. В. «Синтез нерекурсивных фильтров и корректоров с симметричными амплитудно-частотными ха-

рактеристиками». Информация и космос. №4, 2007 стр.10-16, №1, 2008.-С. 45-55.

2. Каплун Д.И., Меркучева Т.В.. «Применение метода симметрирования АЧХ при синтезе нерекурсивных цифровых фильтров». Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление.– 2009. – №2. – С.104-110.

3. Каплун Д. И., Меркучева Т.В. «Новый метод синтеза фильтров на ПЛИС». Вопросы радиоэлектроники.– 2009.–сер. ОТ, вып. 2. – С.81-90.

4. Каплун Д.И., Ланнэ А.А., Меркучева Т.В.. «Новый метод синтеза цифровых фильтров с конечными импульсными характеристиками». Вестник Академии военных наук. – 2009.– №3(28).–С.80-83.

и в других изданиях

5. Каплун Д.И. «Новый метод синтеза цифровых фильтров на ПЛИС». Конференция к 100-летию ФГУП «НИИ Вектор» Научно-технические проблемы в промышленности (сборник трудов конференции).– 2008. – С.30.

6. Каплун Д.И., Ланнэ А. А., Меркучева Т.В. «Новый метод синтеза линейных цифровых нерекурсивных цепей и алгоритмов с линейными фазо-частотными характеристиками».10-ая Международная конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» (сборник трудов конференции).– 2009. – С.166-169.

7. Каплун Д.И., Ланнэ А.А., Меркучева Т.В.. «Эффективность симметрирования амплитудно-частотных характеристик нерекурсивных цифровых фильтров». 61-ая Научно-техническая конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (сборник трудов конференции).– 2009. – С.60-61.

8. Каплун Д.И., Меркучева Т.В. Реализация нерекурсивных цифровых фильтров с симметричными амплитудно-частотными характеристиками. 61-ая Научно-техническая конференция профессорско - преподавательского состава, научных сотрудников и аспирантов СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (сборник трудов конференции). – 2009. – С.61-63.

9. Ланнэ А. А., Меркучева Т. В. «Фильтры с двойной симметрией». Известия ВУЗов. Радиоэлектроника, Киев 2009 5.- С.. 36 - 45