ВЕРОЯТНЫЕ ПРИЧИНЫ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ДЛЯ ЛВМ

А. С. Челушкин, И. Р. Мухамадеев

Уфимский государственный авиационный технический университет, г. Уфа, Россия

Одной из проблем связанных с получением отливок является отклонение её геометрических параметров от заданных чертежом. При литье по выплавляемым моделям(ЛВМ) это может быть связано с деформацией оболочковой формы.

В ходе анализа технологического процесса производства отливки детали «сегмент» жаровой трубы ГТД, изготавливаемого из сплава ВКНА–1В с направленной кристаллической структурой, представляющей собой пластину толщиной 1мм с размерами 160 мм на 54 мм, было замечено, что она получается с «раздутием» в нижней части. При последующем анализе были выявлены этапы этапы, на которых отливка подвергается наибольшим термическим и механическим воздействиям:

– прокалка;
– заливка;
– охлаждение.

На этапах прокалки в оболочке возникают термические напряжения в силу разницы температур по толщине отливки.

На этапе заливки на оболочку действуют механические нагрузки в виде гидравлического давления заливаемого металла, а также термические напряжения, возникающие из-за разницы температур, как по толщине оболочки, так и по высоте.

Поскольку отливка должна иметь направленную кристаллическую структуру, то затвердевание происходит при высоком градиенте температур по высоте отливки. Следовательно, на этом этапе, оболочка находится под воздействием гидростатического давления незатвердевшего металла и высоких термических напряжений, вызванных разницей температур по толщине оболочки в области контакта охладителя и оболочки, а также разницей температур по высоте оболочки.

С целью изучения условий нарушения геометрии отливки было решено разработать методику расчета «раздутия оболочки.

Исходя из специфики детали «сегмент» жаровой трубы ГТД, деформацию оболочки считаем симметричной и рассматриваем только одну её половину. Рассматриваем половину оболочки как пластину.

Запишем для неё уравнение деформации:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(D\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\nu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2})\right]+2(1-\nu)\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}[D\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}]+\frac{\partial^2}{\partial y^2}[(D\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}+\nu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2})]=q-\frac{1}{1-\nu}\nabla^2 M_T$$

где x и y – оси параллельные боковым сторонам пластины, z – перпендикулярна поверхности пластины, ω – перемещение точек срединной поверхности в направлении z, D – цилиндрическая жесткость пластины, $D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, h – толщина пластины, q (x, y) – распределённая поперечная нагрузка, $M_T=\alpha E\int_{-h/2}^{h/2}Tzdz$, α – коэффициент термического расширения, b – ширина пластины.

Можно считать, что пластина по краям закреплена одним из следующих способов::

– все четыре края защемлены,
– все четыре края шарнирно опёрты,
– все четыре края свободны;

Предположим, что пластина прямоугольная, имеет постоянную толщину, а также не обладает анизотропными свойствами. В этом случаи уравнение деформации будет иметь следующий вид:

$$D(\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4})=q(x,y)-\frac{1}{1-\nu}\nabla^2 M_T$$

Данное уравнение является непрерывным дифференциальным уравнением 4-го порядка. Для его решения воспользуемся методом конечных разностей.

Производные необходимые для расчета уравнения деформации прямоугольной пластины в конечно разностной форме, для схемы, приведённой на рисунке с учетом того, что $h_1=h_2=h_3=h_4=h$, $b_1=b_2=b_3b_4=b$, имеют вид:

$$(\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4})_k = \frac{1}{h^4}(6\omega_k - 4\omega_i - 4\omega_l + \omega_t + \omega_s),$$

$$(\frac{\partial^4\omega}{\partial y^4})_k = \frac{1}{b^4}(6\omega_k - 4\omega_n - 4\omega_m + \omega_u + \omega_v),$$

$$(\frac{\partial^4\omega}{\partial x^2\partial y^2})_k = \frac{1}{h^2b^2}(4\omega_k - 2\omega_i - 2\omega_l + \omega_t + \omega_s - 2\omega_n - 2\omega_m + \omega_u + \omega_v).$$

Заменяя в уравнении прогиба дифференциальные операции операциями в конечных разностях, получим:

$$6\omega_k(1-\frac{4}{3}\xi+\xi^2)-4(1+\xi)(\omega_i+\omega_l+\xi\omega_n+\xi\omega_m)+$$

$$\omega_t+\omega_s+\xi^2(\omega_u+\omega_v)+2\xi(\omega_o+\omega_p+\omega_r+\omega_q)=q(x,y)-\frac{1}{1-\nu}\nabla^2 M_T$$

где $\xi = (\frac{h}{b})^2$.

Для решения задачи методом конечных разностей на поверхность схемы пластины необходимо нанести сетку со сторонами, параллельными осям координат. Точки пересечения линий этой сетки пронумеровать. Для каждой из этих узловых точек составить уравнение деформации в конечноразностном виде, таких уравнений будет столько, сколько номеров на сетке. Прогиб точек по границе пластины определяется из граничных условий.

Решение полученной системы уравнений даёт прогиб в каждой узловой точке нанесённой сетки, что в итоге дает общую картину деформации пластины, а, следовательно, с учетом симметрии, и деформацию оболочковой формы.

На основании полученных выкладок разрабатывается программа расчета деформации для конкретной отливки «сегмент» (электронная модель деформируемой пластины). Моделируя варианты загрузки и граничных условий, и получая соответствующие величины прогибов, будет найден вариант с наименьшим значением деформации. Учитывая полученные данные, будут внесены соответствующие коррективы в технологию.