

РАСЧЁТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ДРОБНОМ НАГРУЖЕНИИ

С.В. Карпов (г. Барнаул, Россия)

При решении ряда технологических и конструкторских задач необходимо знать сопротивление деформации с учётом историй нагружения, в том числе, с учётом пауз в процессе деформирования. Если процесс деформации протекает в условиях близких к изотермическим, то для расчёта сопротивления деформации предлагается использовать зависимость, построенную на основе решения интегрального уравнения Больцмана-Вальтерра [1]:

$$\sigma = \sigma_T + ae^{-B\varepsilon(t)}(1 - e^{-k\varepsilon(t)}) + b(1 - e^{-B\varepsilon(t)}) - \int_0^t \sum_{i=1}^n P_i \lambda_i e^{-\lambda_i(t-\tau)} [b - (b-a)e^{-B\varepsilon(\tau)}] d\tau + \mu \ln(1 + m\xi). \quad (1)$$

Здесь σ_T – предел текучести материала при данной температуре, a, b, B, k – коэффициенты уравнения кривой "мгновенного деформирования", т.е. деформирования с такой скоростью, при которой процессы разупрочнения не успевают произойти. P_i, λ_i – коэффициенты, учитывающие наследственные свойства среды. При этом коэффициент λ_i имеет размерность скорости, т.е. c^{-1} . μ, m – коэффициенты, учитывающие вязкие свойства деформируемой среды. Параметр m имеет размерность времени.

Для каждого момента времени деформирования t , уравнение (1) может рассматриваться как функция

$$\sigma = c + \mu \ln(1 + m\xi), \quad (2)$$

где c – сопротивление деформации с учетом истории деформирования. При вариационно-разностной постановке задач расчета напряженно-деформированного состояния при развитии пластическом течении коэффициент c , позволяет учитывать неоднородность накопленной деформации по объёму деформируемого тела. Слагаемое $\mu \ln(1 + m\xi)$ учитывает сопротивление деформации, обусловленное вязкими свойствами деформируемой среды.

С помощью зависимости (1) могут быть описаны любые, не выходящие из области определения кривых текучести, законы изотермического деформирования. В том числе

и закон деформирования с постоянной скоростью деформации, т.е. $\varepsilon = \xi \cdot t$. При таком законе деформирования становится возможным непосредственное вычисление интеграла и уравнение (1) преобразуется в сложную функцию от степени и скорости деформации

$$\sigma_S = \sigma_T - b - (b-a)e^{(-B\varepsilon)} - \sum_{i=1}^n P_i \left\{ b[1 - e^{(-\lambda_i t)}] - \frac{\lambda_i(b-a)}{\lambda_i - B\xi} [e^{(-B\varepsilon)} - e^{(-\lambda_i t)}] \right\} + \mu \ln(1 + m\xi). \quad (3)$$

где $t = \varepsilon / \xi$. То есть функция (3) – это одна из функций, описывающих кривые текучести.

Совокупность кривых текучести, как было показано еще в работе [2], позволяет рассчитать значения коэффициентов, входящих в уравнение (1). Естественно предположить, что чем шире и полнее диапазон изменения термомеханических параметров ε и ξ , чем точнее будут аппроксимированы сами кривые текучести уравнением (3), тем более близкими будут расчетные и действительные значения сопротивления деформации при сложных законах деформирования. В связи с этим, автором ранее была проведена обработка экспериментальных кривых текучести углеродистых сталей [3] и получены семейства кривых текучести, соответствующие температурам деформации 800, 900, 1000, 1100, 1200 °С, скоростям деформации $\xi = (0,01), 0,1, 1, 10, 100, (150, 200) c^{-1}$ и степеням деформации $\varepsilon \approx 0,05...0,6$. Можно отметить, что программное обеспечение даёт возможность мгновенно построить семейство кривых текучести для любой температуры из интервала 800...1200 °С при любых значениях скоростей, в том числе, и несколько выходящих за пределы 0,1...100 (200) c^{-1} .

Расчет коэффициентов $a, b, B, P_i, \lambda_i, \mu, m$ в нашем случае осуществляется, согласно методу наименьших квадратов, путём минимизации квадратичной невязки

$$\varphi = \sum_{i,j=1}^{M,N} (\tilde{\sigma}_{Sij} - \sigma_{Sij})^2. \quad \text{Значение величины } \sigma_T$$

может быть задано по справочным данным или включено в число неизвестных, подде-

жащих определению в процессе минимизации. Значение коэффициента k не определяется. Он принимается равным такой величине, что при любом $\varepsilon \neq 0$ $e^{-k\varepsilon} \rightarrow 0$.

Точность аппроксимации исходных семейства расчетно-экспериментальных кривых текучести функцией (3) определялась по величине среднеквадратичного отклонения $S = \sqrt{\varphi/(M \cdot N)}$, где произведение MN определяет число точек аппроксимации. Расчеты прекращались при достижении слабого уменьшения величины S с увеличением пар параметров наследственности P_i, λ_i , как, например, в (табл. 1).

Точность аппроксимации функцией (3) кривых текучести стали 08, соответствующих температуре испытаний 1000°C , при величине среднеквадратичного отклонения $S = 2.236$, иллюстрируют достаточно хорошо совпадающие кривые на рисунке 1. Можно отметить, что дальнейшее увеличение числа слагаемых под знаком интеграла не приводило к существенному уменьшению S за приемлемое время минимизации в рамках данного численного эксперимента.

Таблица 1 – Зависимость между числом пар коэффициентов P_i, λ_i и среднеквадратичным отклонением S

Температура	Число пар коэффициентов n				
	3	4	5	6	7
800	2.95	2.24	1.64	1.62	-
900	3.04	2.14	1.69	1.68	1.64
1000	2.59	1.71	1.68	1.68	1.67
1100	3.08	2.67	2.61	-	-
1200	-	1.99	1.64	1.62	-

Если скорость деформации в процессе деформирования является величиной переменной, то рассчитать сопротивление деформации в этом случае становится воз-

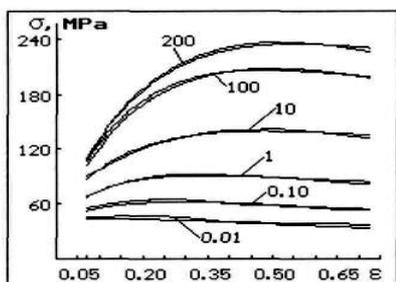


Рисунок 1 – Аппроксимация кривых текучести стали 08, соответствующих температуре 1000°C , уравнением (3) с^{-1}

можным, если разбить весь путь деформирования на k участков и принять, что скорость деформации на каждом участке постоянна и равна средней величине её на данном участке. В этом случае из (1) получается интегральная зависимость вида

$$\sigma = \sigma_T + ae^{-B\varepsilon(t)}(1 - e^{-k\varepsilon(t)}) + b(1 - e^{-B\varepsilon(t)}) - \sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \sum_{i=1}^n P_i \lambda_i e^{-\lambda_i(t_i - \tau)} [b - (b-a)e^{-B[\varepsilon_{j-1} + \xi_j(\tau - t_{j-1})]}] \cdot d\tau + \mu \ln(1 + m\xi). \quad (4)$$

Уравнение (4), с учетом (3), сводится к рекуррентной формуле удобной для расчета на ЭВМ.

$$\sigma_k(t) = A - \sum_{i=1}^n U_i^{k-1} e^{-\lambda_i(t-t_{k-1})} - \sum_{i=1}^n U_i^k + \mu \ln(1 + m\xi_k), \quad (5)$$

где

$$U_i^k = P_i \left[b(1 - e^{-\lambda_i(t-t_{k-1})}) - \frac{\lambda_i(b-a)e^{-B\varepsilon_{k-1}}}{\lambda_i - B\xi_{k-1}} \times (e^{-B\xi_k(t-t_{k-1})} - e^{-\lambda_i(t-t_{k-1})}) \right],$$

$$U_i^{k-1} = U_i^{k-2} e^{-\lambda_i(t_{k-1}-t_{k-2})} + U_i^{k-1},$$

$$A = \sigma_T + ae^{-B\varepsilon(t)}(1 - e^{k\varepsilon(t)}) + b(1 - e^{-B\varepsilon(t)}),$$

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} + \xi_k \Delta t_k, \quad \Delta t_k = t_k - t_{k-1}.$$

Для начального момента деформации

$$t_0 = 0, \quad \varepsilon_0 = 0, \quad U_i^{k-1} = U_i^0 = 0,$$

$$\sigma = \sigma_T + \mu \ln(1 + m\xi), \quad \varepsilon_1 = \xi_1 \Delta t_1, \quad t_1 = \Delta t_1.$$

Если ξ становится равным нулю, т.е. деформация прекращается, то составляющие U_i^k , учитывающие разупрочнение, фактически принимают вид

$$U_i^k = P_i [b - (b-a)e^{-B\varepsilon_{k-1}}] (1 - e^{-\lambda_i(t-t_{k-1})}),$$

но общий вид формулы расчета сопротивления деформации с учетом истории деформирования (5) не меняется.

Некоторые результаты расчета сопротивления деформации при дробном изотермическом деформировании представлены на рисунке 2. Для всех трёх траекторий нагружения принято, что скорость деформации в каждом такте деформирования уменьшается от

РАСЧЁТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ДРОБНОМ НАГРУЖЕНИИ

10 с^{-1} до $0,01 \text{ с}^{-1}$. Общая степень деформации $\varepsilon = 0.6$. Продолжительность пауз 0.5 секунды. При деформировании по траектории 1 максимальное значение сопротивления Цифры при кривых – значения скоростей деформации достигает 94 МПа. При деформировании по траектории 2 – 100 МПа, по траектории 3 – 112 МПа.

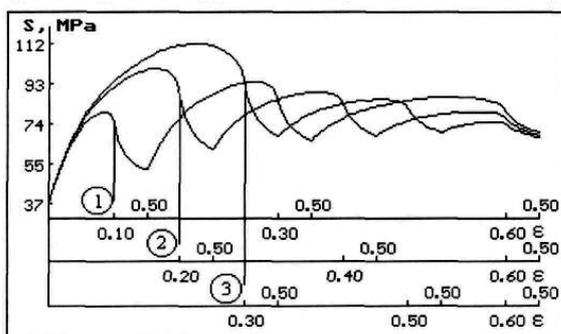


Рисунок 2 – Изменение сопротивления деформации при деформировании по трем законам нагружения с паузами 0.5 секунд

В настоящее время на кафедре Митомд АлтГТУ выполняется комплекс работ, связанных с построением уравнений наследственной среды для марок сталей, по которым известны экспериментальные кривые упрочнения [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твёрдых тел. – М.: Наука, 1977. – 384 с., ил.
2. Применение теории ползучести при обработке металлов давлением / Поздеев А.А., Тарновский В.И., Еремеев В.И., Баакашвили В.С. М.: Metallurgy, 1973. – 192 с.
3. Карпов С.В., Вражкин А.С. // Известия ВУЗов. Чёрная металлургия. – 2001. – №6. – С. 20-23.
4. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. 2-ое изд., перераб. и доп. Справочник. Полухин П.И., Гун Г.Я., Галкин А.М. – М.: Metallurgy, 1983. – 192 с.