

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ РАСПЛАВА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЛИТНИКОВОМ КАНАЛЕ

Е.В. Широков (г. Барнаул, Россия)

Для расчётов технологических процессов, связанных с течением жидкого металла, могут быть использованы основные закономерности гидравлики [1]. К таким закономерностям относятся система уравнений движения жидкости Эйлера, уравнение напорного течения жидкости Бернулли, уравнение неразрывности потока жидкости и др.

Течение жидкого металла в каналах литниковой системы (за редким исключением) представляет собой движение, при котором жидкость заполняет все сечение канала, а давление во всех частях потока выше атмосферного. Такое течение создается разностью давлений в различных поперечных сечениях потока и характеризуется как напорное. Для количественного определения параметров напорного течения используется уравнение Бернулли или его производные.

Движение жидкости в литниковом канале при заполнении формы вращающейся вокруг некоторой оси является частным случаем напорного течения, и в этом смысле может быть описано уравнением Бернулли, но уравнением, преобразованным к условиям силового центробежного поля.

Если это движение рассматривать в системе координат жестко связанных со стенками канала, то при постоянной во времени скорости жидкости относительно стенок движение будет установившимся. Считая жидкость идеальной (невязкой), ее движение под воздействием сил вдоль вращающегося канала можно описать дифференциальным уравнением движения, составленным в проекциях на ось литникового канала. А в число массовых инерционных сил, действующих на жидкость необходимо дополнительно включить центробежную силу. В число этих сил можно было бы включить и силу Кориолиса, но работа этой силы инерции на любом относительно перемещении равна нулю [2].

Таким образом, уравнение Бернулли в частном случае течения жидкости вдоль вращающегося литникового канала будет иметь вид [3]

$$gz - \frac{w^2 r^2}{2} + P + \frac{v^2}{2} = const ,$$

где gz – потенциальная функция гравитационного поля, здесь g – ускорение силы тяжести, z – координата расчётного сечения над некоторой поверхностью сравнения;

$$\frac{w^2 r^2}{2} - \text{потенциальная функция цен-}$$

тробежного поля, здесь w – угловая скорость вращения литникового канала, r – текущее значение координаты расчётного сечения от оси вращения;

P – функция давления (для несжимаемой жидкости $P = \frac{p}{\rho}$), здесь p – гидродина-

мическое давление в расчётном сечении, ρ – плотность потока расплава (для несжимаемой жидкости $\rho = const$);

$$\frac{v^2}{2} - \text{функция скоростного напора вдоль}$$

литникового канала, здесь v – средняя относительная скорость жидкости в расчётном сечении.

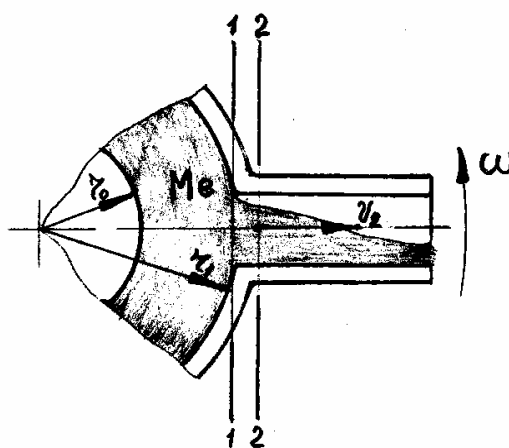


Рисунок 1 – Свободное течение во вращающемся литниковом канале

Обозначим конфигурацию потока жидкого металла при перетекании его из металлоприемника вращающейся формы через радиальный литниковый канал в рабочую полость формы (рисунок 1).

В металлоприемнике формы, вращающейся с постоянной угловой скоростью дос-

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ РАСПЛАВА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЛИТНИКОВОМ КАНАЛЕ

таточной интенсивности жидкий металл имеет конфигурацию тела вращения, как правило, в виде кольцевого слоя. Попадая из металлоприемника в литниковый канал расплав ускоряется под воздействием силового центробежного поля, утоняется и отрывается от стенок канала.

Для получения расчётного уравнения описывающего относительное движение расплава по литниковому каналу необходимо применить преобразованное уравнение Бернулли к двум сечениям потока этого расплава. Первым расчетным сечением может быть сечение перед входом в литниковый канал, а вторым сечением должно быть сечение в непосредственной близости после входного отверстия в литниковый канал. Левее второго расчетного сечения уравнение Бернулли неприменимо [4], так как там движение резко изменяющееся. Правее второго сечения использование уравнение Бернулли неправомерно, поскольку здесь движение потока оторвавшегося от стенок канала не является напорным движением.

Пренебрегая действием массовых сил тяжести и потерей напора при входе в литниковый канал, искомое уравнение может быть написано следующим образом

$$-\frac{w^2 r_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = -\frac{w^2 r_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2},$$

где p_1 – давление во вращающейся жидкости на уровне r_1 равное [5]:

$$p_1 = p_{амм} + \frac{\rho w^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2};$$

p_2 – давление во вращающейся жидкости на уровне r_2 равное $p_2 = p_{амм}$;

v_1 – скорость подхода частиц жидкости к входному отверстию литникового канала, значением которой можно пренебречь [4];

v_2 – относительная скорость потока во втором расчетном сечении.

Действием массовых центробежных сил в виду близости обоих расчетных сечений можно пренебречь, и тогда окончательная формула имеет вид

$$\frac{p_{амм}}{\rho} + \frac{\rho w^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2\rho} = \frac{p_{амм}}{\rho} + \frac{v_2^2}{2},$$

откуда

$$v_2 = w\sqrt{r_1^2 - r_0^2}.$$

Из этого следует, что скорость истечения расплава в рабочую полость вращающейся формы в каждом конкретном конструктивном исполнении металлоприемника ($r_1 =$ ПОЛЗУНОВСКИЙ АЛЬМАНАХ №4 2004

const) является функцией угловой скорости вращения формы и радиуса свободной поверхности (радиус поверхности жидкости на уровне нулевого избыточного давления) расплава в металлоприемнике. Влияние длины литникового канала не определяется, и не будет определяться до тех пор, пока геометрические параметры утоняющегося потока расплава не будут соответствовать геометрическим параметрам литникового канала. Такое соответствие достигается при использовании сходящегося литникового канала с необходимой конусностью (рисунок 2).

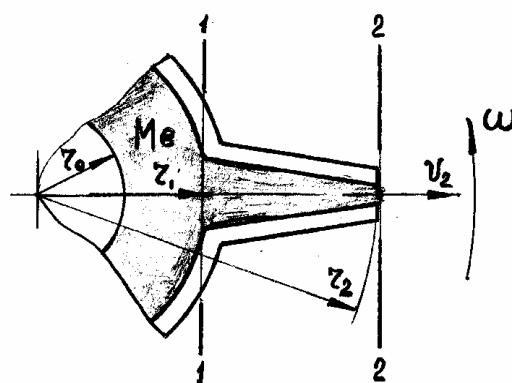


Рисунок 2 – Напорное течение во вращающемся литниковом канале

Обжатие потока расплава стенками канала позволяет восстановить избыточное давление в потоке, сформировать напорное течение и, следовательно, использовать уравнение Бернулли для описания относительного течения жидкости вдоль сужающегося литникового канала.

В этом случае второе расчетное сечение может быть отнесено вправо на любое расстояние от оси вращения по длине канала, а действием массовых центробежных сил пренебрегать уже нельзя

$$-\frac{w^2 r_1^2}{2} + \frac{p_{амм}}{\rho} + \frac{\rho w^2 (r_1^2 - r_0^2)}{2\rho} = -\frac{w^2 r_2^2}{2} + \frac{p_{амм}}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}.$$

Теперь скорость истечения из сужающегося литникового канала определяется по формуле:

$$v_2 = w\sqrt{r_2^2 - r_0^2},$$

где r_2 – расстояние от оси вращения до выходного отверстия из литникового канала.

Отсюда следует, что скорость истечения расплава в рабочую полость вращающейся формы при каждом конкретном конструктив-

ном исполнении металлоприемника ($r_1 = \text{const}$) в этом случае зависит не только от угловой скорости вращения формы и радиуса свободной поверхности расплава в металлоприемнике, но и от длины литникового канала $l = r_2 - r_1$. Чем длиннее канал, тем выше скорость. При этом отметим, что, как правило, длина канала должна быть небольшой. С увеличением длины канала возрастает опасность отрыва потока от стенок канала или разрыв потока.

Таким образом, уравнение Бернулли, преобразованное для описания напорного относительного течения потока расплава, в условиях действия силового центробежного поля, без учёта силы тяжести, имеет вид

$$-\frac{w^2 r^2}{2} + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{const}.$$

Применение этого уравнения к потоку расплава движущемуся вдоль вращающегося литникового канала позволяет решить задачу определения средней скорости истечения через этот канал

$$v_2 = \sqrt{w^2 (r_2^2 - r_0^2)}.$$

По-видимому, это в известном приближении преобразованная формула Торричелли, в которой напор в условиях стационарного истечения из насадка заменяется на цен-

тробежный напор при истечении из вращающегося литникового канала.

Приведенный математический аппарат получен при условии отсутствия интенсивного относительного движения в металлоприемнике. В реальных условиях относительное движение в металлоприемнике присутствует в виде проскальзывания. Оно ухудшает затекание расплава в литниковый канал и искажает описываемый процесс. Однако, за счет проведения несложных изменений в конструкции вращающейся литниковой системы это негативное влияние проскальзывания значительно снижается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович Б.В. Введение в литейную гидравлику. – М.: Машиностроение, 1966. – 423 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1970. – 478 с.
3. Емцев Б.Т., Техническая гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1978. – 463 с.
4. Чугаев Р.Р., Гидравлика: Учебник для вузов. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.
5. Юдин С.Б., Левин М.М., Розенберг С.Е., Центробежное литье. – М.: Машиностроение, 1972. – 280 с.