

МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА В ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТАХ

М.И. Стальная, Т.А. Мошкина, К.А. Бежанов

Метод планирования эксперимента был разработан в 1951 году Боксом и Уилсоном в Англии. Экспериментатору предлагается ставить последовательные небольшие серии опытов, в каждой из которой одновременно варьируются по определённым правилам все факторы. Серии организуются таким образом, чтобы после математической обработки предыдущей можно было выбрать условие проведения следующей серии. Так последовательно достигается область оптимума.

Судя по этим опытам можно судить об оценке эффективности функционирования системы, но важно помнить, что речь идёт о системе в целом. Часто система состоит из ряда подсистем, каждая из которых может оцениваться своим локальным параметром оптимизации. Путь к единому параметру оптимизации часто лежит через обобщение. Из многих откликов, определяющих объект, очень часто трудно выбрать один, самый важный.

Одним из наиболее удобных способов построения обобщенного отклика является обобщенная функция желательности Харрингтона. В основе построения этой обобщенной функции лежит идея преобразования натуральных значений частных откликов в безразмерную шкалу желательности или предпочтительности.

Чтобы получить шкалу желательности, удобно пользоваться готовыми разработанными таблицами соответствий между отношениями предпочтения в эмпирической и числовой (психологической) системах (табл. 1).

После того, как выбрана шкала желательности, и частные отклики преобразованы в частные функции желательности, можно приступить к основной задаче – построению обобщенного показателя D , названного Харрингтоном обобщенной функцией желательности. Обобщать, то есть переходить от d_i к D , предлагается по формуле (1).

$$D = \sqrt[n]{\prod_{u=1}^n d_u} . \quad (1)$$

Способ задания обобщенной функций, желательности таков, что если хотя бы одна

частная желательность $d_u = 0$, то обобщенная функция тоже будет равна нулю, с другой стороны $D = 1$ тогда и только тогда, когда все $d_u = 1$ ($u = 1, 2, \dots, n$). Обобщенная функция желательности весьма чувствительна к малым значениям частных желательностей.

После того как выбран объект исследования и параметр исследования, нужно включить в рассмотрение все существенные факторы, которые могут влиять на процесс.

Наиболее подходящим в этом случае является планирование эксперимента [1], в котором при выборе области эксперимента, прежде всего надо оценить границы областей определения факторов. После чего выбираются интервалы варьирования факторов.

Интервалом варьирования факторов называется некоторое число, прибавление которого к основному уровню даёт верхний, а вычитание – нижний уровни фактора.

Для упрощения записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных масштабы по осям выбираются так, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний –1, а основной – нулю. Для факторов с непрерывной областью определения это всегда можно сделать с помощью преобразования:

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0}}{I_j} , \quad (2)$$

где: x_j – координатное значение фактора;

\tilde{x}_j – натуральное значение фактора;

\tilde{x}_{j0} – натуральное значение основного уровня;

I_j – интервал варьирования;

j – номер фактора.

Запись матрицы планирования, особенно для многих факторов, громоздка. Для её сокращения удобно ввести условные буквенные сокращения строк. Это делается следующим образом. Порядковый номер фактора ставится в соответствие строчной букве латинского алфавита: $x_1 - a$, $x_2 - b$ и т. д. Если теперь для строки матрицы планирования выписать латинские буквы только для факторов, находящихся на верхних уровнях, то условия опыта будут заданы однозначно. Опыт со всеми

факторами на нижних уровнях условимся обозначать (1). Пример матрицы планирования эксперимента 2^2 вместе с принятыми буквенными обозначениями приведена в табл. 2.

После построения матрицы планирования и проведения эксперимента необходимо найти по его результатам значения неизвестных коэффициентов модели. Можно утверждать, что эксперимент проводится для проверки гипотезы о том, что линейная модель $\eta = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2$ адекватна. Греческие буквы используются для обозначения «истинных» генеральных значений соответствующих неизвестных. Эксперимент, содержащий конечное число опытов, позволяет только получить выборочные оценки для коэффициентов уравнения $y = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_kx_k$. Их точность и надёжность зависят от свойств выборки и нуждаются в статистической проверке. Коэффициенты можно вычислять по формуле:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji}y_i}{N}, \quad (3)$$

где $j = 0, 1, \dots, k$.

Количество опытов в полном факторном эксперименте значительно превосходит число определяемых коэффициентов линейной модели, то есть он обладает большой избыточностью опытов. Сократить их число возможно за счёт той информации, которая не очень существенна при построении линейной модели. При этом нужно стремиться, чтобы матрица планирования не лишилась своих оптимальных свойств. Это лежит в основе дробного факторного эксперимента.

К примеру, пользуясь таким планированием для эксперимента 2^2 , можно вычислить четыре коэффициента и представить результаты эксперимента в виде неполного квадратичного уравнения, показанного в формуле:

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (4)$$

Если имеется основание считать, что в выбранных интервалах варьирования процесс может быть описан линейной моделью, то достаточно определить три коэффициента b_0 , b_1 и b_2 . Остаётся одна степень свободы. Употребим её для минимизации числа опытов. При линейном приближении $b_{12} \rightarrow 0$ и вектор-столбец x_1x_2 можно использовать для нового фактора x_3 . Здесь уже не будет отдельных оценок, которые мы имели в полном факторном эксперименте 2^k . Оценки смешиваются следующим образом: $b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$, $b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$, $b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$. Так как постулируется линейная модель, все парные взаимодействия незначимы. То есть, чтобы сократить число опытов, необходимо новому фактору присвоить вектор-столбец матрицы, принадлежащий взаимодействию, которым можно пренебречь. Тогда значение нового фактора в условиях опытов определяется знаками этого столбца. Поставив четыре опыта для оценки влияния трёх факторов, мы воспользовались половиной полного факторного эксперимента 2^3 или «полуреplikой», но с её помощью смогли оценить эксперимент 2^3 (в полном факторном эксперименте понадобилось бы ставить восемь опытов).

Таким образом, при применении метода планирования эксперимента целью является нахождение аналитической зависимости, определяющей взаимосвязь между фактором и исследуемым параметром. На основе найденного уравнения можно производить не только оптимизацию исследуемого процесса, но и прогнозировать поведение этого процесса при различных изменяющихся условиях.

Таблица 1

Стандартные отметки на шкале желательности

Желательность	Отметки на шкале желательности
Очень хорошо	1 – 0,8
Хорошо	0,8 – 0,63
Удовлетворительно	0,63 – 0,37
Плохо	0,37 – 0,2
Очень плохо	0,2 – 0

Таблица 2

МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА В ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТАХ

Матрица планирования эксперимента 2^2 с принятыми буквенными обозначениями

Номер опыта	x_1	x_2	Буквенные обозначения строк	y
1	-1	-1	(1)	y_1
2	+1	-1	a	y_2
3	-1	+1	b	y_3
4	+1	+1	ab	y_4

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 280 с.