

НЕВЕРОВА ТАТЬЯНА ИВАНОВНА

**ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ И СВОЙСТВА
ДУГОВЫХ ТРЕЩИН И СДВИГОВ**

Специальность 01.04.07 – физика конденсированного состояния

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Барнаул – 2007

Работа выполнена в Кузбасской государственной педагогической академии

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Старостенков М.Д.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Полыгалов Ю.И.

доктор технических наук, профессор
Маркин В.Б.

Ведущая организация: Институт металлофизики и функциональных
материалов им. Г.В. Курдюмова при ФГУП ЦНИИЧермет им. И.П. Бардина

Защита состоится «.....».....2007 года в часов на заседании дис-
сертационного совета Д212.004.04 при Алтайском государственном техническом универ-
ситете им. И.И.Ползунова по адресу: 656099, г. Барнаул, пр. Ленина, 46.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Алтайского государст-
венного технического университета им. И.И.Ползунова.

Автореферат разослан «.....»2007 г.

Отзывы на автореферат, заверенный гербовой печатью организации, просим посы-
лать в 2-х экземплярах на адрес университета.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук

В.В.Романенко

Актуальность темы. Пластическая деформация и хрупкое разрушение в технике и в природе проявляются весьма часто. В одних случаях эти процессы полезны, и стоит вопрос о том, что бы способствовать их развитию. В технике к таким случаям относятся, например, обработка металлов давлением (прокатка, ковка, штамповка, вытяжка), измельчение и помол твердых тел. В других случаях эти процессы нежелательны, их развитие следует контролировать, а нередко необходимо исключить полностью, например, для сохранения работоспособности деталей, конструкций, сооружений. В природе эти процессы развиваются в земной коре, что приводит к землетрясениям. Решение вопросов, возникающих в технике и в природе, невозможно без теории названных процессов. Основой теорий являются поля напряжений, формирующиеся в ходе развития процессов деформации и разрушения. Поэтому поиск полей напряжений, выявление особенностей и обусловленных ими эффектов представляет актуальную задачу. Работы такого направления развивают теорию и дают выход в практику.

Теории пластической деформации и разрушения развиваются в физике и в механике. В физике изучено взаимодействие атомов твердых тел, построена теория дефектов кристаллической решетки. В теории упругости, в математике разработаны методы расчета полей напряжений. В механике построены способы описания деформаций сплошных сред. На эти теории опираются прикладные науки: теория прочности, сопротивление материалов, прокатное производство, геотектоника и другие.

Опыт показывает, что основные элементы, с которыми связываются пластические движения, представляют поверхности или участки поверхностей, по которым развиваются взаимные сдвиговые смещения частей тел, расположенных с разных сторон от поверхности. Участки, по которым происходит проскальзывание, характеризуются толщиной слоя, в котором сосредоточен сдвиг, протяженностью, величиной сдвига, искривленностью. В микроскопическом описании эта модель сводится к дислокациям, в мезо- и макроскопическом – к полосам, пачкам, пакетам, стопам скольжения сдвига или деформации. Такие неоднородности многократно наблюдались в технике, в природе, в лабораториях.

В механике теория хрупкого разрушения основывается на полях напряжений трещин. Эти поля находят решением упругих задач. Такие решения дают на концах участка сдвига и трещины точки разветвления полярного типа. Полярный характер означает, что по мере приближения к концу напряжения растут, а самом конце становятся неограниченными. Поэтому стало общепринятым использовать асимптотическое приближение, которое состоит в том, что учитываются напряжения, действующие только в непосредственной близости от кончиков трещин. Таким образом, хотя в решении упругих задач используются модели и методы сплошной среды, полученные результаты, по существу, относятся к микроскопическому масштабному уровню.

Названные теории находятся в непрерывном развитии. В последние десятилетия на стыке физики и механики развивается физическая мезомеханика (В.Е.Панин, В.В.Рыбин, Э.В.Козлов, Н.А.Конев, Л.Б.Зуев и др.). Если в физике деформации и прочности рассматривались объекты микроскопического, а чаще атомного уровня, а в механике – преимущественно макроскопического уровня, то в физической мезомеханике изучаются особенности структуры и полей напряжения мезоскопических или промежуточных масштабных уровней.

Во многих случаях, как в технике, так и в лабораторных условиях незавершенные трещины и сдвиги развиваются по искривленным поверхностям. Поля напряжений дуговых трещин исследовал В.В.Панасюк с сотр. Для расчетов использовалось асимптотическое приближение. Однако результаты расчетов и экспериментов совпадают не всегда. Для ряда условий опытов расчетные величины предельных напряжений, вызывающих разрушение, отличаются от экспериментальных в разы. Что касается дуговых сдвигов, то поля напряжений этих объектов не исследованы совсем. Имеются только приближенные оценки, на основании которых делается вывод о том, что искривление участков сдвига

порождает высокие разрывающие напряжения, которые могут привести к образованию трещин (механизм Гилмана).

Распространенность дуговых трещин и сдвигов ставит их исследование в ряд актуальных задач. Актуальность темы диссертации обусловлена еще и тем обстоятельством, что пластические сдвиги и разрушение по искривленным участкам проявляются в нанокристаллических материалах (А.М.Глезер, Н.И.Носкова), исследованию которых в настоящее время уделяется большое внимание.

В исследованиях, проводимых в КузГПА, была разработана модель линейного незавершенного сдвига. Экстраполяция представлений, положенных в основу этой модели, на трещины и сдвиги по кривым участкам приводит к двум следствиям. По-первому, в поле напряжений этих объектов могут быть области концентрации напряжений, не связанные с концами участков. Во-вторых, напряжения и, соответственно, коэффициенты интенсивности напряжений, используемые для характеристики величины концевых напряжений, могут принимать нулевые значения и менять знак. Другими словами, концевые концентрации напряжений будут способствовать не росту, как это обычно имеет место, а залечиванию трещин или сдвигов. Эти предположения приводят к необходимости исследования полей напряжений трещин и пластических сдвигов, участки которых искривлены, без использования асимптотического приближения.

В данной работе была поставлена **цель**: исследовать поля напряжений пластических сдвигов и трещин, участки которых имеют форму дуг окружности.

Для достижения поставленной цели в диссертации были поставлены следующие **задачи**.

1. Найти поле напряжений для плоскости с дуговым разрезом во внешнем поле однородного на бесконечности растяжения и сдвига без использования асимптотического приближения.
2. Исследовать полученное поле напряжений, сравнить его с полем, полученным с помощью асимптотического приближения, выявить особенности полного поля напряжений дуговых трещин.
3. Решить упругую задачу о поле напряжений пластического сдвига по дуге окружности.
4. Рассмотреть следствия и эффекты, которые обусловлены особенностями поля напряжений дуговых сдвигов и дуговых трещин.

Для определения полей напряжений использованы методы теории упругости, для регистрации трещин в стекле фотометод.

Достоверность полученных результатов подтверждается совпадением данных, полученных при использовании для решения одной и той же упругой задачи нескольких методов – метода сведения к задаче сопряжения и метода, основанного на свойствах интегралов типа Коши и конформном отображении; согласованием полученных результатов с предположениями и данными решений других авторов в области, где эти решения перекрываются; соответствием полученных расчетов с данными экспериментов.

Защищаются

1. Результаты исследования поля напряжений дуговых трещин, полученного путем решения упругой задачи без использования асимптотического приближения, в которых установлены особенности полей напряжений в концевых областях при изменении параметров нагружения и выявлены новые области концентрации напряжений, не связанные с концами трещин.
2. Решение упругой задачи о пластическом сдвиге по дуге окружности, полученное методом Мусхелишвили, основанном на свойствах интегралов типа Коши и конформном отображении, и следствия этого решения.
3. Объяснение величины разрушающих усилий в опытах В.В.Панасюка с сотр. по разрушению стекол с дуговыми трещинами.
4. Новый механизм ветвления трещин.

5. Основные положения предложенного в диссертации нелокального описания сдвигов и трещин, которое более полно и точно, чем существующее, отражает реальность.

Научная новизна. Новизна работы обусловлена тем, что дуговые трещины и пластические сдвиги рассматриваются как самостоятельный дефект. Впервые исследовано поле напряжений дуговых трещин без асимптотического приближения. Решена упругая задача о поле напряжений дугового сдвига. Результаты диссертации представляют вклад в теорию пластической деформации и в теорию разрушения. Защищаемые положения являются приоритетными.

Практическая значимость. В технике участки сдвигов и трещины, как правило, искривлены, поэтому результаты исследования могут быть взяты за основу для коррекции процессов деформирования и разрушения в инженерных науках, а так же для объяснения этих процессов в нанокристаллических материалах.

Вклад автора. Составила план исследования. Участвовала в разработке решения упругой задачи о пластическом сдвиге по дуге окружности. Выполнила все расчетные работы. Собрала наблюдения о разрушении стекол, систематизировала их и предложила объяснение. Провела анализ полученных теоретических и экспериментальных результатов и их сравнение с литературными данными. Сформулировала выводы.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы доложены на региональных, российских и международных конференциях:

- VIII Международная школа-семинар «Эволюция дефектных структур в конденсированных средах», Барнаул 2005
- IV Всесибирский конгресс женщин-математиков, Красноярск, 2006 г.;
- XVI Петербургские чтения по проблемам прочности, посвященные 75-летию со дня рождения В.А.Лихачева, Санкт-Петербург, 2006 г.;
- IX Международная школа-семинар «Эволюция дефектных структур в конденсированных средах», Барнаул, 2006 г.;
- IX Всероссийский семинар «Моделирование неравновесных систем-2006», Красноярск, 2006 г.;
- VIII Всероссийская научная конференция «Краевые задачи и математическое моделирование», Новокузнецк, 2006 г.;
- Международная научная школа-конференция «Фундаментальное и прикладное материаловедение», Барнаул, 2007 г.

Публикации. Результаты работы опубликованы в 9 статьях, три из которых в журналах, включенных в список ВАКа для публикации материалов диссертационных работ, и в 3 тезисах докладов.

Структура и объем работы: диссертация состоит из пяти глав, заключения и списка литературы из 132 источников.

Глава 1. ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Рассмотрены основные этапы и подходы развития теорий разрушения и пластической деформации. На примерах развития теории дислокаций и теории дисклинаций показано, что физический подход включает три этапа. **Определение** атомной конфигурации, геометрии неоднородности или, другими словами, дислокации Соммилианы, создающей неоднородность. **Определение** поля напряжений неоднородности. На основании анализа особенностей этого поля **формулирование** суждений о влиянии рассматриваемой неоднородности на свойства твердых тел.

Показано, что трещины и пластические сдвиги по искривленным участкам (для плоской схемы описания) наблюдаются и давно и регулярно. Чаше такие объекты имеют макроскопические масштабы, однако при определенных условиях образуются на более малых масштабных уровнях. В диссертации принята простейшая форма искривленных участков – дуга окружности. Далее такие неоднородности принимаются самостоятельны-

ми объектами, и развивается теория этих объектов по аналогии с теорией дислокаций или дисклинаций.

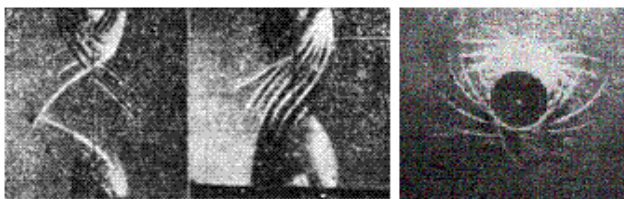


Рис. 1. Пластические сдвиги по искривленным поверхностям. Рисунки взяты из книги Л.М.Качанов. Основы теории пластичности. М.: Наука. 1969.

В механике деформируемое тело принято представлять состоящим из упругой и пластической зон. В пластической зоне сосредоточены линии скольжения или линии тока максимального касательного напряжения. Вдоль этих линий развиваются пластические сдвиги, поэтому в реальности на этих линиях компоненты тензора напряжения и вектора смещения терпят разрывы. Однако в механике пластическая зона считается однородной, и разрывы допускаются только на границе этой зоны с упругой зоной.

Исторически первыми были найдены поля напряжений линейных трещин и сдвигов, которые представлялись участками со **свободными** берегами. Решение упругих задачи дает на концах участков точки ветвления полярного типа. Это означает, что по мере приближения из бесконечности к этим концам напряжения растут, а в самих концах становятся неограниченными. Так как берега свободны, то концевые области являются единственными областями концентрации разрушающих напряжений. Поэтому стало общепринятым использовать асимптотическое приближение: формулы для компонент тензора напряжений и вектора смещений записывают для малых расстояний от концов участков. По существу, рассматривается поле только концевых особенностей или сингулярностей.

Ранее (В.В.Неверов, А.И.Антоненко) была разработана модель незавершенного сдвига, в которой 1) сдвиговая пластическая деформация считается процессом переноса массы, 2) при решении упругой задачи учитываются напряжения, действующие на месте возможного участка сдвига (или сдвиговой трещины), 3) положения концов участка сдвига (или трещины) определяются из условия отсутствия сингулярностей на концах.

Для дуговых участков, даже во внешних однородных на бесконечности полях напряжений, активные сдвигающие или разрывающие напряжения будут неоднородными. Поэтому, в зависимости от условий задачи, концевые сингулярности будут меняться. Кроме того, перемещение массы по кривым участкам может создать области концентрации напряжений, не связанные с концами участков.

Изложенное послужило основанием к пересмотру существующих решений задач теории упругости для дуговых трещин. При этом были рассмотрены полные поля напряжений без использования асимптотического приближения.

В литературном обзоре так же рассмотрены методы решений задач теории упругости, данные о взаимодействии дуговых объектов друг с другом и с другими дефектами и неоднородностями твердых тел.

Глава 2. ДУГОВАЯ ТРЕЩИНА В ПЛОСКОСТИ С ОДНОРОДНЫМ РАСТЯЖЕНИЕМ

Решение упругой задачи получено методом сопряжения. Напряжения на концах трещины в зависимости от угла раскрытия дуги и направления растяжения могут стать равными нулю и затем сменить знак. Это означает, вопреки традиционным представлениям, что внешнее поле может вызывать не рост, а заживление трещин (рис.2).

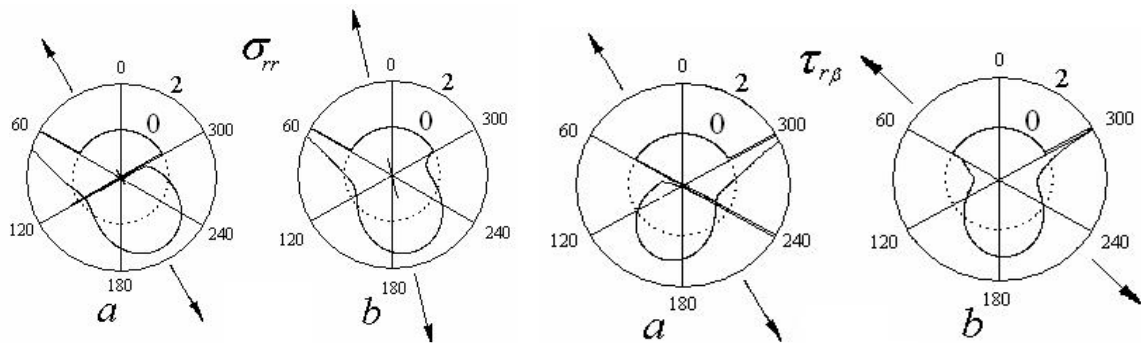


Рис. 2. Распределение по дуге, на которой располагается трещина с углом раскрытия 120° , компонент тензора напряжений. Для σ_{rr} на *a* при $\alpha=30^\circ$ концевые напряжения неограниченны и имеют разные знаки, на *b* при $\alpha=16^\circ$ на правом конце трещины напряжения равны нулю. Для $\tau_{r\beta}$ на *a* при $\alpha=30^\circ$ концевые напряжения неограниченны и имеют разные знаки, на *b* при $\alpha=48^\circ$ в левом конце трещины напряжения равны нулю

Разные компоненты тензора напряжений принимают нулевые значения в концах трещины не одновременно (рис.2).

На внешней стороне трещины формируется новая область концентрации разрушающих напряжений, не связанная с концами трещины (рис. 3 область 3). Расположение этой области на дуге задается направлением внешнего растяжения. На конце трещины ближе к области 3 разрушающие напряжения сменяются залечивающими. В результате по разрушающему действию область 3 может превосходить ближайшую концевую область 2 (график рис. 3).

Рисунок 4 показывает комбинации условий, при которых следует ожидать образование трещины в области 3. Для сравнений брали наибольшее разрывающее напряжение в области 3 и напряжения в концевых областях на расстоянии до конца равном $0.04R$, где R – радиус дуги, на которой располагается трещина.

Глава 3. ДУГОВАЯ ТРЕЩИНА В ПЛОСКОСТИ С ОДНОРОДНЫМ СДВИГОМ

Решение упругой задачи об однородном на бесконечности сдвиге плоскости с дуговой трещиной находили путем наложения двух полей: однородного на бесконечности растяжения и ортогонального к растяжению однородного на бесконечности сжатия. Кроме того, для проверки достоверности результатов решение проводили вторым методом, основанным на свойствах интегралов типа Коши и конформном отображении. Оба метода разработаны Мусхелишвили. Для конформного отображения внешности окружности единичного радиуса на внешность дуги использовали формулу Жуковского, в форме, предложенной Лаврентьевым и Шабатом. Кроме того, решение, полученное методом сопряжения для дуги с углом раскрытия 360° , сравнивали с решением упругой задачи о растяжении плоскости с круговым вырезом, полученным с помощью конформного отображения. Во всех случаях решения, получаемые различными методами, совпадают.

При сдвиге, так же, как и при растяжении, в зависимости от параметров трещины и направления сдвига меняются концевые области концентрации напряжений, и появляется третья область концентрации разрушающих напряжений (рис. 5, 6). Условия деформации меняют степень концентрации напряжений в каждой области и поэтому влияют на «конкурентность» этих областей.

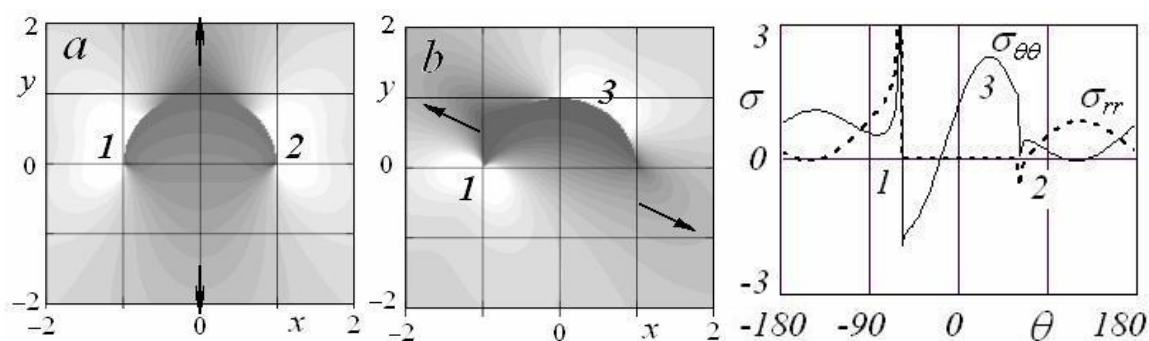


Рис. 3. Распределение первого главного напряжения в поле дуговой трещины для угла раскрытия дуги 180° при растяжении плоскости с дуговой трещиной под углами $a \alpha = 0^\circ$ и $b \alpha = 60^\circ$. Чем светлее тон области, тем выше напряжения. На графике показано распределение компонент тензора напряжений в долях от внешнего напряжения растяжения по верхнему берегу трещины с углом раскрытия дуги 120° при $\alpha = 60^\circ$

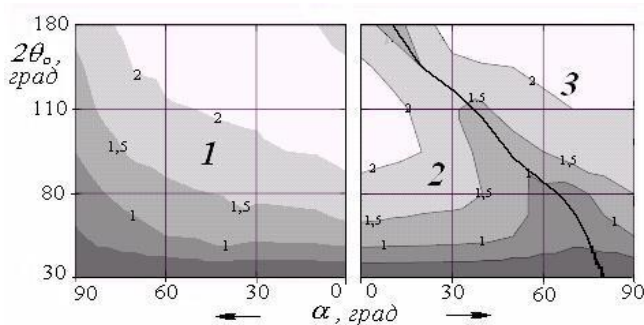


Рис.4. Распределение наибольшего разрывающего напряжения над полем переменных: угол раскрытия дуги ($2\theta_0$) – угол направления растяжения (α), на левом конце – левая часть рисунка, и на правом конце – правая часть. Большими цифрами помечены участки поля, где преобладают напряжения у соответствующих областей концентрации напряжений

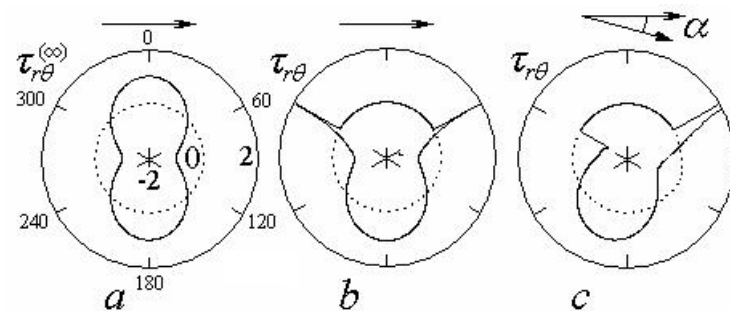


Рис. 5 Распределение касательного напряжения по дуге, на которой расположена трещина, от условий нагружения: a – без трещины, b – угол раскрытия трещины 120° , c – то же, но $\alpha = 16^\circ$, на левом конце трещины напряжения ограничены

Положение новой области задается направлением внешнего поля, и область перемещается по верхнему берегу трещины при повороте внешнего поля. При заданном направлении внешнего поля, если область не попадает на дугу, то она будет «обнажаться» при увеличении угла раскрытия дуги и смещения концов трещины.

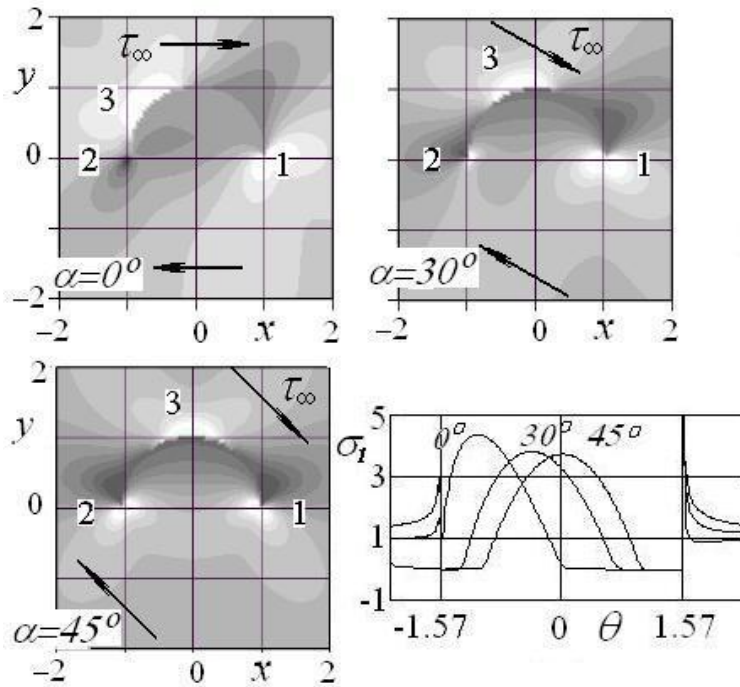


Рис.6. Распределение первого главного напряжения на плоскости с дуговой трещиной во внешнем поле однородного на бесконечности сдвига. На графике показаны распределения первого главного напряжения по окружности, на которой расположена трещина, для разных углов направления сдвига. Взяты напряжения верхнего берега трещины

Так как касательные напряжения в концах трещин, в общем случае, неограниченны, то их использовать в качестве количественной характеристики неудобно. Решения статических упругих задач описывают состояния равновесия. Следовательно, сумма механических моментов, действующих на любой элемент объема среды, равна нулю. В результате образования трещины на ее участке касательные напряжения снижаются до нуля. Исходное равновесие механических моментов, действующих по окружности единичного радиуса (на этой окружности располагается трещина), нарушается. Для его восстановления меняется распределение касательных напряжений по окружности по сравнению с тем, которое дает только внешнее поле. Наибольшие изменения наступают вблизи от концов, тогда как вдали от концов напряжения определяются преимущественно внешним полем (рис.5). Поэтому для количественной характеристики, определяющей меру воздействия на конец дуговой трещины, были приняты механические моменты, создаваемые касательными напряжениями на окружности единичного радиуса за вычетом касательных напряжений внешнего поля. Так, например, момент, связанный с правым по рис. 5 концом трещины, вычисляли по формуле

$$M = \int_a^p (t_{rq}(q, R) - t_{rq}^{(\infty)}(q, R)) R dq, \quad (1)$$

где a – угловая координата правого конца трещины, $t_{rv}(q, R)$ – касательное напряжение, полученное в результате решения упругой задачи, $R=1$ – радиус дуги трещины. Поле величин (1) показано на рис. 8.

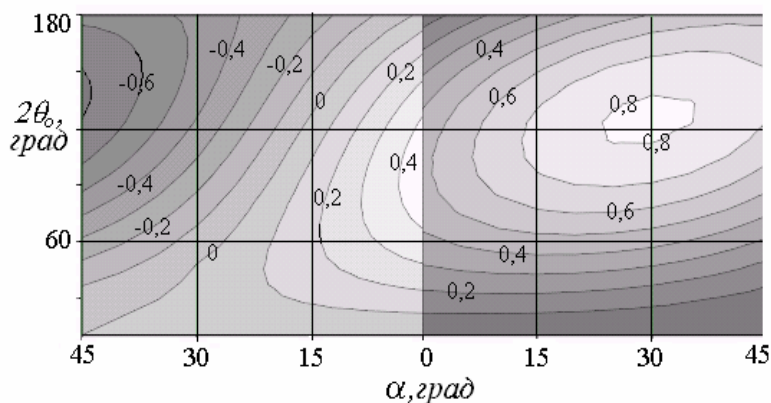


Рис. 7. Линии уровня поверхности механических моментов, действующих на внешний берег дуговой трещины у правого (правая половина рисунка) и у левого (левая половина) концов трещины сдвига, над полем: угол раскрытия дуги – 2θ , угол направления внешнего сдвига – α .

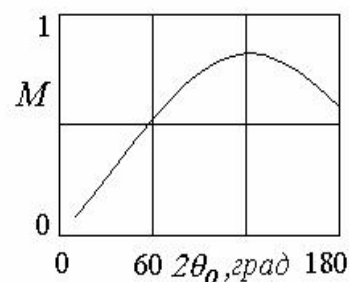


Рис.8. Зависимость наибольшего механического момента, получаемого при изменении угла наклона внешнего сдвигового поля, на правом конце дуговой трещины от угла раскрытия трещины

Из рис. 7,8 следует, что наиболее опасны ситуации на правом конце трещины, к которому наклоняется направление сдвига. Здесь механический момент, который стремится увеличить длину трещины, по мере роста угла наклона внешнего сдвига увеличивается, проходит через максимум, и уменьшается. Самые опасные трещины, для которых развивающий момент максимален, имеют угол раскрытия 120° . Сдвигающий момент на правом конце трещины достигает максимально возможной величины при $\alpha=29^\circ$. На левом конце для трещин достаточно большой длины создаются условия для залечивания.

Разрушающее действие концевых концентраторов напряжений определяется не только касательными, но и разрывающими напряжениями $s_{rr}(q, R)$. Эта компонента тензора напряжений, в общем случае, так же не ограничена в концах, что создает трудности при выборе характеристики ее действия. Принято в качестве характеристики использовать силу, которую создают эти напряжения на продолжении трещины. Для количественной оценки действия нормальных и касательных напряжений концевых областей использовали силы, действующие на продолжении дуги на малой по сравнению с радиусом длине дуги, прилегающей к концу трещины. Предварительное исследование показало, что при выборе длины участка, на котором считается сила, из интервала 0.05-0.2 основные тенденции действия не меняются. Отсутствие зависимости характера распределения от длины дуги, для которой ведется подсчет силы, дает основание считать, что определяемая сила действительно характеризует ситуацию. Удобство этой новой характеристики состоит в том, что она имеет простой физический смысл и может быть использована при анализе возможных процессов на конце трещин. Для расчетов принят интервал 0.1. Полученные распределения показаны на рис. 9.

Можно видеть, что на значительной части изученных условий на левом конце действуют силы сжатия так, что на этой стороне трещина смыкается и возможно залечивается.

Радиальные распределения, полученные с использованием асимптотического приближения и без него, при растяжении плоскости очень близки. Если же в плоскости действует однородный на бесконечности сдвиг, то радиальные распределения полного поля заметно отличаются от того, что дает асимптотическое приближение.

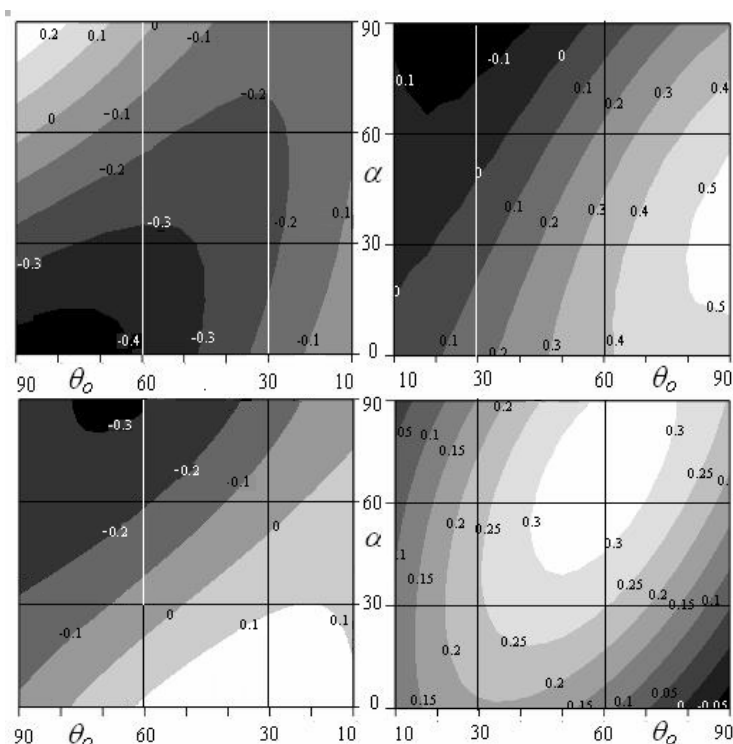


Рис.9. На верхних рисунках показано распределение сил отрыва, действующих на продолжении трещины на дуге длиной 0.1 от радиуса дуги у левого конца – левый рисунок и у правого конца – правый рисунок. На нижних рисунках то же, но только для силы сдвига или для механического момента

Для исследования поля напряжений использовали поляризационно-оптический метод. Экспериментальная установка состоит из стандартных элементов: источника света, фильтра, поляризатора, двух четвертьволновых пластинок, анализатора и устройств для механического нагружения и для фотографирования образца. Образцами служили пластины из эпоксидной смолы толщиной 5 мм с размерами в плане $10 \times 16 \text{ см}^2$. Радиус дугового разреза равен 1 см. Угол раскрытия дуги принимали равным 120° . Расстояние от краев разреза до края образца превышает 4 см, что позволяет пренебречь влиянием краев образца на поле вблизи разреза. Образец закрепляли в неподвижной раме и перемещением подвижной рамы к нему прикладывали сдвигающее усилие, направленное вдоль хорды, стягивающей дугу разреза.

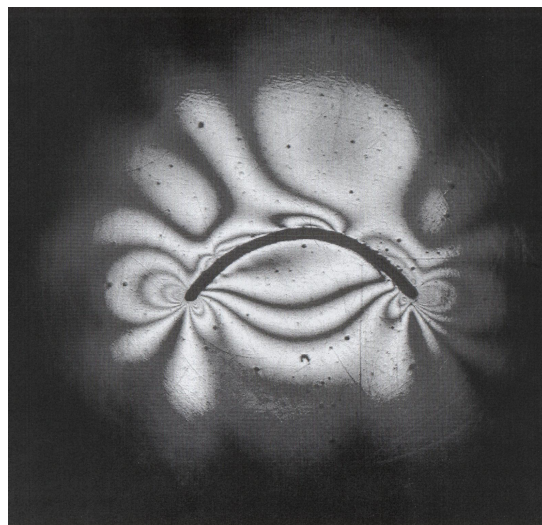
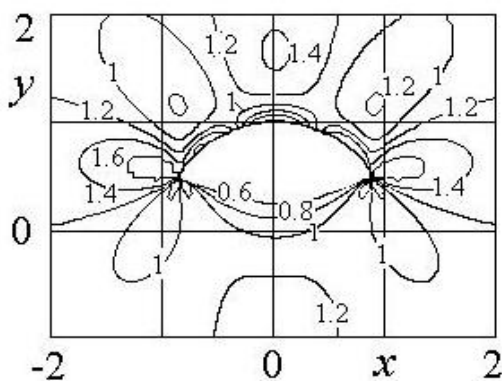


Рис. 10. Распределение касательных напряжений, полученных расчетом, – слева и картина интерференции, полученная поляризационно-оптическим методом, от поля напряжений сдвига плоскости с дуговым разрезом – справа

Области концентрации напряжений на наблюдаемых картинах интерференции являются по частоте полос. На рис. 10 наблюдаются две области концентрации напряжений, прилегающие к концам дуги, и три области, прилегающие к внешней стороне дуги. Экспериментальная картина полос интерференции и расчетная для уровней поля касательного напряжения совпадают, что подтверждает верность расчетов.

Глава 4. ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПЛАСТИЧЕСКОГО СДВИГА ПО ДУГЕ ОКРУЖНОСТИ

Плоская упругая задача формулируется следующим образом. Найти поле напряжений однородной упругой плоскости с разрезом по дуге окружности в однородном на бесконечности поле сдвига при условии, что берега разреза могут соскальзывать друг относительно друга. Поставленная задача отличается от упругих задач, моделирующих дуговые трещины. Берега трещины могут расходиться. Берега пластического сдвига остаются в контакте, а, следовательно, нормальные к линии разреза смещения берегов должны быть одинаковыми. В данной главе дано аналитическое решение названной задачи.

Решение проведено методом Мусхелишвили, основанным на свойствах интегралов типа Коши и конформном отображении. Этот метод используется для случая конформного отображения внешности круга единичного радиуса на внешность эллипса, который в предельном случае вырождается в отрезок прямой. Эта решение взято за основу моделей прямолинейных трещин и сдвигов. Но метод пригоден и в том случае, когда конформное отображение проводится с помощью любой рациональной функции. Внешность круга единичного радиуса отображается на внешность дуги окружности с помощью функции

$$z = w(x) = \frac{1}{2} \left(x + ih + \frac{A}{x + ih} \right), \quad (1)$$

где $A=a^2$ и $2a$ – длина хорды, стягивающей дугу разреза, h – расстояние от хорды до вершины дуги.

Внешнее сдвиговое поле приведет к неодинаковым нормальным к линии разреза перемещениям противоположных берегов. В результате этого на одних участках разреза берега разойдутся, и между ними образуется щель, а на других участках произойдет наложение берегов. Соприкасание восстанавливали приложением к берегам нормальных напряжений. Эти напряжения описывают взаимодействие берегов, поэтому как силы действия и противодействия, они равны, противоположно направлены и приложены к разным берегам.

Для упрощения задачу разбивали на три, и полное поле получали суперпозицией трех полей. Первой принимали задачу об однородном на бесконечности сдвиге плоскости с дуговым разрезом. Второй брали задачу о поле, создаваемом однородными по величине касательными напряжениями, действующими по берегам разреза. Третьей является задача о поле плоскости с дуговым разрезом, к берегам которого приложены нормальные напряжения. Эта задача предполагает подбор такой функции распределения нормальных напряжений вдоль берегов, которая бы обеспечивала сведение берегов в контакт с заданной точностью. Принимали, что приложение нормальных напряжений должно уменьшать наложение или разделение берегов, которые вызваны сдвигом, не менее чем в 20 раз. Нормальные напряжения, сводящие берега в контакт, считали равными напряжениям отрыва, которые создаются на линии дуги.

Подбор функции, сводящей берега, является трудоемкой операцией. Предварительные результаты показали, что напряжение, устраняющее зазоры, увеличивается с ростом величины зазора. Оно так же увеличивается с ростом угла раскрытия дуги, однако это влияние слабее. Для сокращения времени расчетов вначале, используя метод сопряжения, вычисляли ширину максимальных зазоров (рис. 11), а затем для ряда случаев берега были сведены. Отметим, что величины зазоров, определяемые обоими методами, совпадают.

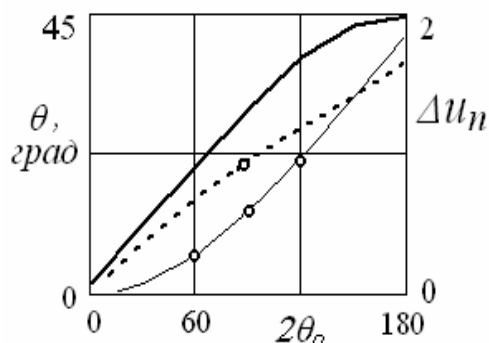


Рис. 11. Зависимость угла θ , при котором достигается максимальная величина зазора между берегами дугового разреза, (утолщенная линия) и величины максимального зазора Δu_n при $\alpha = 0$ (тонкая линия), $\alpha = 45^\circ$ (пунктирная линия) от угла раскрытия дуги разреза $2\theta_0$ по данным метода сопряжения. Точки на зависимостях получены методом, использующим конформное отображение

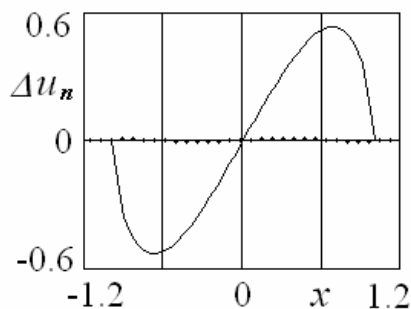


Рис. 12. Зависимость разности нормальных смещений берегов дуги с углом раскрытия 60° в поле однородного на бесконечности сдвига (сплошная линия) и она же после сведения берегов от координаты, отмеряемой вдоль хорды дуги

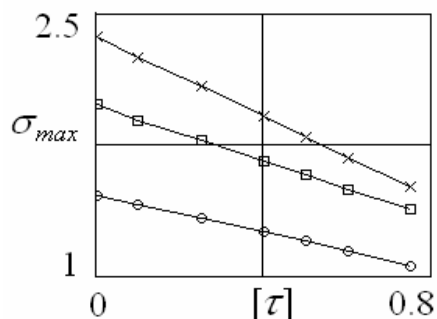


Рис. 13. Зависимость максимального разрывающего напряжения, действующего между берегами пластического сдвига по дуге окружности, от напряжения сопротивления сдвигу, выраженного в долях от величины касательного напряжения внешнего сдвигового поля, для углов раскрытия дуги 60° – круглые точки, 90° – квадратные точки, 120° – крестики

По данным рис. 12, 13 наибольшее напряжение отрыва действует на дуге 180° и близко к $4\tau_\infty$.

Глава 5. СЛЕДСТВИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

ВАРИАНТЫ РАЗВИТИЯ РАЗРУШЕНИЯ. Используем силы нормальную и касательную, действующие на продолжении трещины на дуге длиной $L=0.1R$. Для оценки возможного варианта развития примем: 1) влияние третьей области концентрации разрушающих напряжений пока не учитывать; 2) отрицательная нормальная сила создает сжатие перед концом трещины, поэтому трещина не распространяется; такой режим называли залечиванием; 3) стремление к залечиванию характеризовали величиной силы сжатия, принимая ее для таких режимов положительной; 4) если нормальная сила положительна, то рост трещины возможен за счет отрыва и за счет сдвига; 5) принимали, что разрушение идет отрывом, если больше нормальная сила, и по схеме сдвига, если больше касательная сила.

В случае растяжения плоскости (рис. 14) трещина растет на правом конце за счет отрыва, практически при любых параметрах воздействия, а на левом конце в средней части поля – за счет сдвига. На левом конце имеется большая область залечивания. В случае сдвига (рис. 15) трещина может расти почти исключительно, только за счет движения правого конца. Почти во всем диапазоне параметров разрушение происходит за счет отрыва. На левом конце почти во всем поле действуют условия залечивания, по крайней мере, трещина на этом конце не растет. Сравнение рис. 14 и 15 выявляет закономерность взаимного

расположения областей, соответствующим различным вариантам развития трещин: области 1 и 3 не соприкасаются – они разделяются областью 2. Для полной картины к рис. 14 и 15 следует добавить данные о влиянии новой области концентрации разрушающих напряжений.

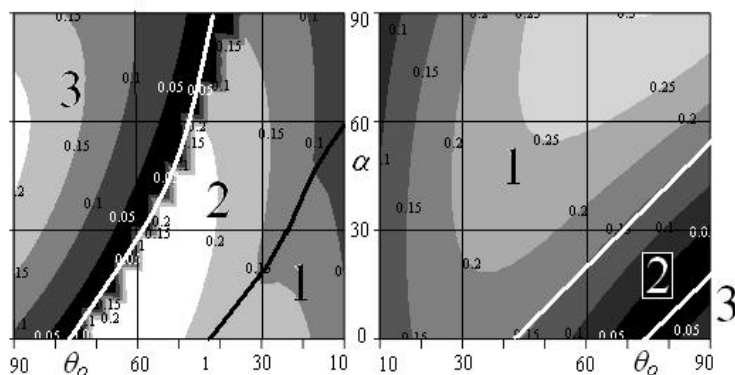


Рис. 14. Области параметров нагружения при одноосном растяжении плоскости с дуговой трещиной, в которых преобладает вариант развития процесса: 1- рост трещины за счет отрыва, 2- рост трещины за счет сдвига, 3- залечивание трещины. Правая половина рисунка относится к правому конву, левая – к левому

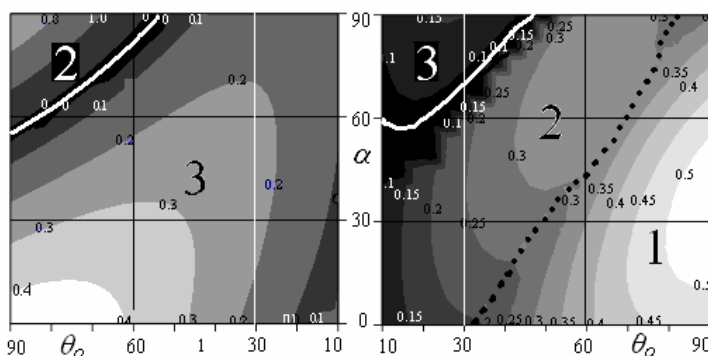


Рис. 15. Области параметров нагружения при сдвиге плоскости с дуговой трещиной, в которых преобладает вариант развития процесса: 1- рост трещины за счет отрыва, 2- рост трещины за счет сдвига, 3- залечивание трещины. Правая половина рисунка относится к правому концу, левая – к левому

ВЛИЯНИЕ НОВОЙ ОБЛАСТИ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ. На рис. 16 (левый рисунок) представлены данные В.В.Панасюка с сотр., во-первых, опытов по определению предельной нагрузки (в относительных единицах), вызывающей рост трещины, при растяжении образцов из стекла с искусственно созданными дуговыми трещинами с углом раскрытия дуги 180° и, во-вторых, результаты расчетов с использованием асимптотического приближения. Точки нижней группы относятся к случаю, когда разрушение развивается у конца 1. Разрушение у конца 2 получали путем блокировки развития трещины из конца 1, для чего в конце 1 высверливали отверстие. На правом рисунке сплошной линией показаны результаты расчетов без использования асимптотического приближения и с учетом возможности развития разрушения в области 3 (рис. 4).

Результаты, полученные без асимптотического приближения, лучше согласуются с данными опытов. И главное, получено удовлетворительное соответствие для верхней группы точек на левом стороне рисунков, помеченной цифрой 2 и для среднего участка, помеченного цифрой 3. Отметим, что область концентрации разрывающих напряжений 3 при асимптотическом приближении из рассмотрения теряется.

ВЕТВЛЕНИЕ ТРЕЩИН. С изменением угла наклона внешнего поля конца трещины, где разрушающие напряжения уменьшаются и могут стать залечивающими, формируется новая область концентрации разрушающих напряжений (рис. 3,4,6). Появляется возможность развития разрушения не путем движения конца, а за счет образования другой трещины, отходящей от этой новой области. Этот процесс (уже учтен в рис. 16) приводит к ветвлению трещин. Для выявления роли новой области в ветвлении хрупких трещин были изучены картины разрушений триплексного стекла трамвайных окон. Было получено около 250 фотографий 80 разрушенных стекол.

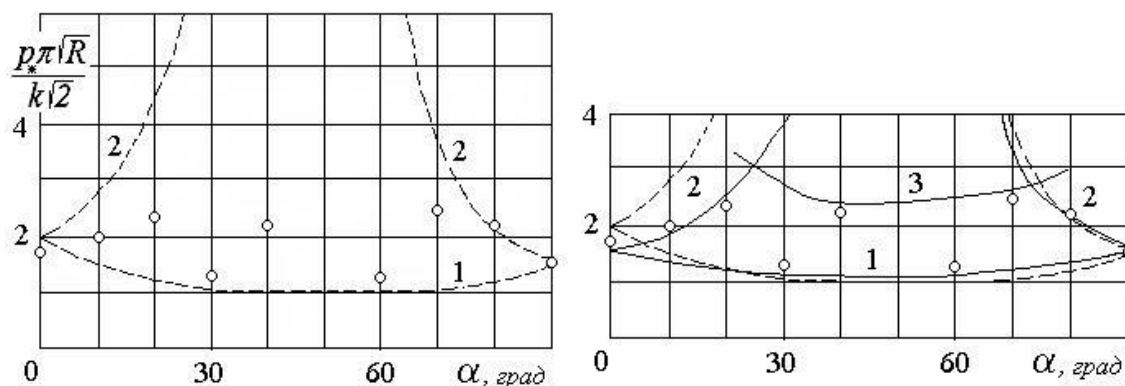


Рис. 16. Левый часть – копия данных В.В.Панасюка. Результаты опытов – круглые точки, расчеты по асимптотическому приближению – пунктир. Сплошные линии на правой части – наши расчеты.. Цифры на линиях указывают область концентрации напряжений

При разрушении стекол механическим воздействием, имеющим составляющую силы перпендикулярную к поверхности стекла, при условии, что воздействие «мягкое», то есть не создает локализованного контактного разрушения, картина разрушения представляет сетку трещин. Размеры элементов сетки увеличиваются по мере удаления от места механического воздействия. На периферии такой картины наблюдается ветвление трещин. Расстояния здесь между трещинами относительно велики, поэтому взаимодействие трещин можно не учитывать, что упрощает объяснение.

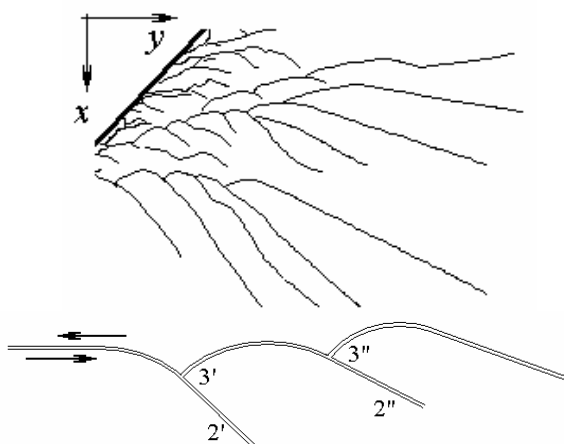


Рис. 17. Верхний рисунок – копия участка разрушения стекла. За утолщенной чертой располагается сетка срединной зоны воздействия. Нижний рисунок поясняет схему ветвления за счет образования трещин из новой зоны концентрации напряжений

ОСОБЕННОСТИ ПОЛЯ СДВИГА

В распределении первого главного напряжения в поле сдвига по сравнению с полем трещины (сравниваются рисунки первый двух столбцов на рис. 18): в области 2 уменьшились сжимающие напряжения, в области 3 уменьшились размеры и уровень напряжений, область 1 переместилась из положения на продолжении дуги в положение под дугой. В распределении максимального касательного напряжения в поле сдвига (сравниваются рисунки последних двух столбцов на рис. 18): области 1, 3 и 4 исчезли, области 2 усилились, появилась новая область 5. Особенность областей 4 и 5 состоит в том, что они располагаются на удалении от дуговых участков, тогда как все другие области касаются этих участков. Отмеченные области концентрации разрушающих напряжений необходимо учитывать при анализе процессов деформации и разрушения.

В связи с моделью зарождения трещин на пластических сдвигах Рожанского и Коттрелла следует отметить, что для вскрытия трещин отрыва по линии сдвига требуется, что бы угол раскрытия дуги был бы достаточно большим, например, напряжения отрыва не превышают $2 \tau_{oc}$. пока угол дуги не станет больше 90° (рис. 11,13). При этих условиях напряжения отрыва в областях 3 достигают и даже превосходят эти значения, а в области

щин. Для дуговых трещин – характер процессов в концах трещин; предельные напряжения разрушения; ветвление трещин. Отметим особенности нелокального подхода.

1. Асимптотическое описание обусловлено использованием модели сред с бесконечно высоким сопротивлением развитию трещин. При этом положение концов трещин задается «вручную». Одновременно с этим на участке трещины задаются напряжения, которые ниже напряжений внешнего поля. Положения концов и снижение напряжений включаются в граничные условия упругой задачи. Решение упругой задачи дает на концах трещин сингулярности. Их роль состоит в том, что они порождают силы для линейных или механические моменты для дуговых трещин, компенсирующие снижение сопротивления сдвигу на участке трещин и восстанавливающие равновесие в области сдвига или трещины. Таким образом, сингулярности, по существу, задаются вручную указанием до решения упругой задачи положения концов участка сдвига или трещины.

2. Переход к полному или нелокальному описанию поля напряжений трещин предполагает введение двух изменений. Во-первых, использование модели сред с конечным и заданным распределением сопротивления сдвигу, что позволяет находить распределение активных напряжений, вызывающих разрушение. Во-вторых, использование метода Мухелишвили решения упругих задач для плоскости с разрезом, измененного таким образом, что положения концов трещины или сдвига находят из условия отсутствия сингулярностей на этих концах.

3. Нелокальное описание трещин становится единственно возможным для трещин и для сдвигов, у которых берега остаются в контакте и взаимодействуют на участках, размеры которых больше или много больше размеров окрестности концов трещин.

ВЫВОДЫ

1. Исследованы полные, полученные без асимптотического приближения, поля напряжений дуговых трещин во внешнем поле однородного на бесконечности растяжения и сдвига. Изучено влияние на поле напряжений дуговой трещины угла раскрытия дуги и направления внешнего поля.

2. Установлено, что компоненты тензора напряжений в концах трещин в зависимости от параметров трещин и внешнего поля проходят через нулевые значения и меняют знаки, в результате чего, разрушающее действие внешнего поля меняется на заживляющее. Для характеристики этого действия введены нормальная и касательная силы (механический момент), приложенные на продолжении трещины, на малом конечном расстоянии от конца трещины. Эти силы чувствительны ко всем тем параметрам, которые определяют граничные условия соответствующих упругих задач, и поэтому относятся к мезоскопическому масштабному уровню описания. Построено распределение указанных сил для различных условий расположения дуговой трещины и внешнего сдвигового поля. Нормальная и касательная силы проходят через нулевые значения не одновременно. В зависимости от комбинаций этих сил возможны следующие варианты развития трещины: движение конца трещины за счет разрушения отрывом, движение конца трещины за счет разрушения сдвигом, остановка и (или) заживление трещины. Установлены комбинации условий нагружения (области на поле параметров нагружения), при которых преобладает тот или иной режим развития на каждом из концов дуговой трещины.

3. В поле дуговых трещин обнаружено существование области концентрации разрушающих напряжений, не связанной с концами трещины. Даны оценки концентрации напряжений в новых областях. Получены экспериментальные подтверждения существования новых областей концентрации разрушающих напряжений. Объяснены экспериментальные результаты В.В.Панасюка о разрушении стекол. Показано возможное влияние новой области на процесс ветвления трещин.

4. Методом, основанным на свойствах интеграла типа Коши и на конформном отображении, с использованием формулы конформного отображения Жуковского в форме предложенной М.А.Лаврентьевым и Б.В.Шабатом, решена упругая задача о поле напряжений

дугового пластического сдвига во внешнем поле однородного на бесконечности сдвига. На основании этого решения построена модель пластического сдвига по дуге окружности. Установлено, что напряжения отрыва, которые действуют по линии сдвига и по предположениям Коттрелла и Рожанского приводят к образованию трещины отрыва, могут превосходить внешнее касательное напряжение. Чем больше угол раскрытия дуги, тем больше разрывающие напряжения на линии сдвига. Наибольшей величины, в 4 раза больше касательного напряжения внешнего поля, разрывающее напряжение достигает при угле раскрытия трещины равном 180^0 .

5. Рассмотрены следствия из полученных результатов: установлены области концентрации разрушающих напряжений в полях дуговых трещин; показаны варианты развития дуговых трещин в зависимости от угла раскрытия дуги и направления внешнего поля напряжений; предложен новый механизм ветвления трещин; показано, что переход к нелокальному описанию трещин и пластических сдвигов дает более полное и корректное описание сдвигового разрушения и сдвиговой деформации.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Неверова Т.И., Неверов В.В. Сдвиг плоскости с дуговой трещиной // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2005. Т. 2. №3. С.5-8.
2. Неверова Т.И. Пластический сдвиг по дуговой трещине // 6-й Всесибирский конгресс женщин-математиков. Материалы конференции. 15-19 января 2006 г. Красноярск. РИО СибГТУ. 2006. С.121-122.
3. Неверова Т.И., Неверов В.В. Нелокальное описание трещин // 16-е Петербургские чтения по проблемам прочности 14-16 марта 2006 г. Сб. тезисов. Санкт-Петербург. СПбГУ. 2006. С. 82.
4. Неверова Т.И., Неверов В.В. Напряжения у концов дуговой трещины при одноосном растяжении // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2006. Том 3. №1. Стр.32-36.
5. Неверова Т.И. Особенности поля напряжений дуговых трещин в нагруженных средах // 9-й Всероссийский семинар «Моделирование неравновесных систем -2006» 13-15 октября 2006 г. Красноярск. 2006. С. 128.
6. Неверова Т.И., Неверов В.В. Особенности поля напряжений дуговой трещины в однородной среде при сдвиге // «Краевые задачи и математическое моделирование»: сборник трудов VIII Всероссийской научной конференции, 1-3 декабря 2006 г. Новокузнецк. Том 1. Новокузнецк. Изд-во НФ КемГУ. 2006. С. 138-141.
7. **Неверов В.В., Неверова Т.И. Краевые поля дуговых трещин сдвига // Деформация и разрушение материалов. 2007. №1. С.42-45.**
8. Неверова Т.И. Распределение напряжений у концов дуговых трещин сдвига // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2007. №2. С.60-62.
9. **Неверов В.В., Неверова Т.И., Антоненко А.И. Нелокальная теория трещин // Изв. вузов. Черная металлургия. 2007. №8. С. 34-37.**
10. Неверова Т.И. Поле напряжений дуговой трещины в плоскости при растяжении. Ветвление трещин // *Наука в вузе: современные тенденции; Труды Всероссийской научной конференции / Под общей редакцией Н.Г.Коноваловой*. Новокузнецк. Изд-во КузГПА. 2007. Ч.1. 109 с. (с. 16-24)
11. **Неверов В.В., Неверова Т.И., Старостенков М.Д. Напряжения отрыва на линии пластического сдвига по дуге окружности // Деформация и разрушение материалов. 2007. №9. С. 11-16.**
12. Неверов В.В., Неверова Т.И. Области концентрации напряжений в поле дуговых трещин и сдвигов // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2007. №3. С.117-122.